

ANTECEDENTES Y CONCEPTOS HISTÓRICOS RELACIONADOS CON LA PROBABILIDAD.

Introducción.

La probabilidad usa algunas palabras dándoles un sentido específico. se desarrollará un enfoque histórico y etimológico de los vocablos para llegar al uso adecuado en el tema: aleatorio, determinístico y azar. Por otra parte, es importante que los alumnos que cursan la asignatura conozcan y puedan profundizar en el desarrollo formal de esta ciencia a través del tiempo, mediante las aportaciones más significativas de algunos personajes históricos.

“El buen cristiano deberá guardarse de los matemáticos y de todos aquellos que practican la predicación sacrílega, particularmente cuando proclaman la verdad. Porque existe el peligro de que esta gente aliada con el diablo pueda cegar las almas de los hombres y apartarlos en las redes de infierno”.

San Agustín. De génesis ad litteram², XVII, 37.

Conceptos de determinístico y aleatorio.

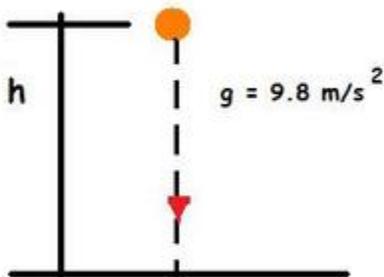
En cualquier cultura se pueden observar dos tipos de hechos: Los que se “*producen siempre*”, como podía ser la caída de un cuerpo, si no existen obstáculos en su trayectoria y los que se “*producen más o menos frecuentemente*”, como el que después de una noche donde se ven con claridad las estrellas, amanezca un día claro y soleado. A la primera clase de hechos, el pensamiento *helénico* lo denominó “*fenómenos afectados por la necesidad*” y a la segunda “*fenómenos contingentes*”. Estos tipos de fenómenos se corresponden con los que en la actualidad llamamos fenómenos determinísticos y fenómenos aleatorios, respectivamente.

Etimológicamente, el vocablo *determinismo* es la suma de tres componentes latinos: El prefijo “*de*” que se usa para indicar dirección, el verbo “*terminare*” que es sinónimo de poner un límite y el sufijo “*ismo*” que significa teoría o doctrina, puede traducirse de acuerdo con la Real Academia Española, RAE (27-VII-17), como la “teoría que supone que el desarrollo de los fenómenos naturales está necesariamente determinado por las condiciones iniciales”, una segunda acepción: “doctrina según la cual todos los acontecimientos, y en particular las acciones humanas, están unidos y determinados por la cadena de acontecimientos anteriores”.

El vocablo *aleatorio*, procede del adjetivo latino “*aleatorius*” compuesto por los vocablos “*alea*” que significa dado (como el actual dado de seis caras), y “*torium*” perteneciente; puede traducirse de acuerdo con la RAE (27-VII-17), como lo que es “perteneciente o relativo a los juegos de azar”. Una segunda acepción: aleatorio es lo que depende de algún suceso casual o fortuito”.

En el estudio de la Probabilidad se usan los vocablos *evento* o *experimento* en lugar de los vocablos acontecimiento y suceso. Podemos señalar que un **experimento determinista** es aquel que, si se realiza repetidas veces bajo las mismas condiciones, siempre se obtendrá el mismo resultado; por ejemplo, al dejar caer un objeto de cierta altura, si no hay obstáculos en su trayectoria, llegará al suelo.

Caída Libre



distancia = altura (h)
 aceleración = gravedad (g)

La caída libre de un cuerpo.

(<http://caida-0libre.wikispaces.com/caida+libre>, 26-VII-17).

Por su parte, **experimento aleatorio** es aquel en el que, a pesar de conocer los posibles resultados, no se puede predecir con certeza cuál de ellos se presentará al realizar el experimento; es decir, es lo opuesto al experimento determinista, ya que no hay certeza en lo que ocurrirá. Por ejemplo, al arrojar un dado común existen seis posibles resultados para el número de puntos del lado que queda hacia arriba, puede ser 1, 2, 3, 4, 5 ó 6, pero no se puede determinar previamente cuál de ellos será.



*Juego de cubilete donde se arrojan dos dados.
 (Microsoft Word® en línea, 26-VII-17).*

Origen del vocablo: azar.

En cuanto al vocablo azar, proviene del árabe (*az-zahr*) que primeramente significaba flor y luego se empleó para la marca en la “*taba*”, que era un “*astrálogo*” (hueso del tobillo de un mamífero) pulido para tener la posibilidad de caer con uno de sus dos lados hacia arriba, antecesor del dado, un lado se marcaba con una flor, que era el que daba suerte en el juego, los árabes llamaban “*nard*” a uno de sus juegos. El uso del *az-zahr* con el significado de *dado* hizo que en el castellano se introdujera el arabismo azar con el significado de aleatorio. (etimologías.dechile.net, consultado el 27_VII_17).

Antecedentes históricos sobre la probabilidad:

El interés por probabilidad es casi tan antiguo como la humanidad, muestra de ello es que ya los sumerios y los asirios practicaban los juegos de azar, usaban un hueso extraído de las patas de algunos animales como ciervos, ovejas o caballos, lo llamaban “*astrálogo o talus*”

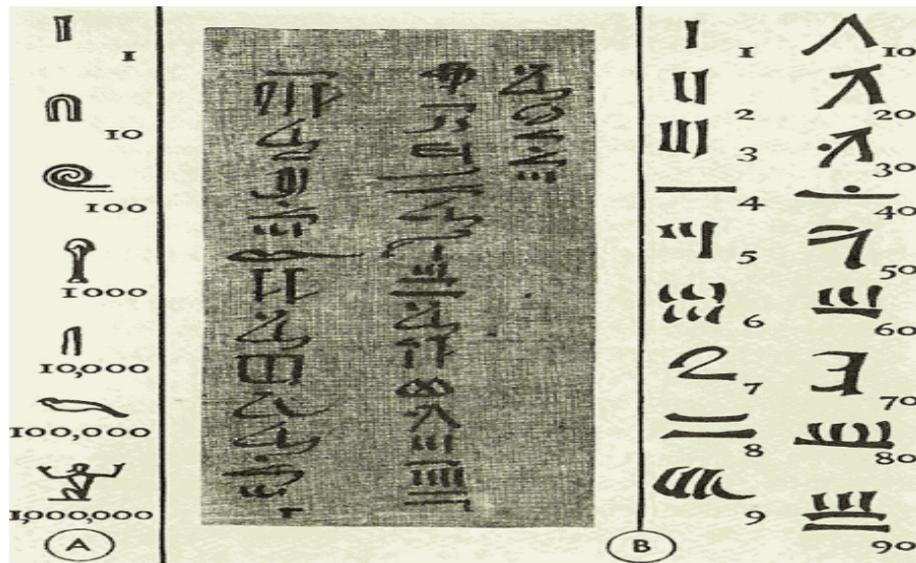


*Algunos astrágalos conservados en el Museo civico archeologico di Villa Mirabello, Italia.
(<https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Astragalo.jpg>, 26-VII-17).*



*Escultura de una niña de la antigua Roma que está jugando con las tabas.
(https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Roman_statue_of_girl_playing_astragaloi_14_aC.jpg, 26-VII-17)*

Los egipcios en algunas de sus pinturas de las pirámides muestran los *astrágalos*, así como tableros para el registro de los resultados de los juegos.



*Numeración egipcia y algunos resultados de los juegos de azar.
(Microsoft, Word en línea, 26-VII-17).*

Los Romanos jugaban a los dados y uno de estos juegos era el “*hazard*”, palabra que en inglés y francés significa *riesgo*, probablemente también influyó el origen del vocablo azar. El mismo emperador Claudio (10 a.C. -54 d.C.) escribió un tratado sobre el juego de dados. En Pompeya se encontraron dados de piedra con las mismas características de los actuales.



*Pintura con varias mesas de juegos de azar.
(Microsoft, Word en línea, 26-VII-17).*

“**San Agustín** cree que la “fortuna” o el “azar” no existen objetivamente, sino que como consecuencia de la limitación del entendimiento humano para asimilar las cosas reales de ciertos sucesos extraños, la mente asocia a la fortuna o azar con un suceso extraordinario; esto al final se sigue ubicando dentro de la naturaleza conceptual propia y autónoma. **En definitiva, nada ocurre al azar, todo está controlado por la voluntad de Dios.** Dios no tira los dados, su voluntad es la que permite que se genere todo lo que hoy en día observamos y vivimos. Si parece que los sucesos ocurren simultáneamente es debido a la ignorancia del hombre y no a la naturaleza de los fenómenos. Asegura, San Agustín, que del empleo de la probabilidad para la formación de la conciencia nada bueno puede derivarse.” (infortaxi. wordpress, 2012).

Por otro lado, “**Norbert Wiener** creía ciegamente en **la existencia de la probabilidad debido a que todo científico necesita en algo para basarse** y no como en el caso de San Agustín que se basaba en la fe sobre Dios. Wiener toma a la probabilidad como un concepto del cual se puede expandir un gran campo y es así como más adelante se junta este concepto con otro como el de la Estadística, convirtiéndose así en una ciencia que permite el estudio de las probabilidades.” (infortaxi. wordpress, 2012).

Aportaciones de personajes históricos al estudio de la Probabilidad.

Poner aquí un párrafo introductorio

Gerolamo Cardano (1501-1576), nació en Pavia, Italia. Matemático y doctor en medicina, en 1539 publicó “*la práctica matemática y las mediciones individuales*”, donde estableció los juegos de azar y ofreció la primera sistematización de la *Teoría de la Probabilidad*, además enunció “*La ley de los grandes números*”. (biografiasyvidas.com, consultado el 24-VII-17).



Un horóscopo de Gerolamo Cardano
(www.shutterstock.com, 26-VII-17).

Pierre de Fermat (1605-1665), nació en Beaumont de Languedoc, Francia. Matemático que junto con Pascal fundamentó la Teoría de la Probabilidad. Otras aportaciones a las matemáticas fueron: Un sistema analítico para la Geometría similar al de Descartes y descubrió el “*Cálculo Diferencial*” antes que Newton y Leibniz. (biografiasyvidas.com, consultado el 24-VII-17).



PIERRE DE FERMAT

www.google.com.mx/imagenes_Pierre_Fermat/, 30-VII-17.

Fermat Numbers

$$F_n = 2^{2^n} + 1$$

Fermat Primes

$$F_0 = 2^{2^0} + 1 = 3$$

$$F_1 = 2^{2^1} + 1 = 5$$

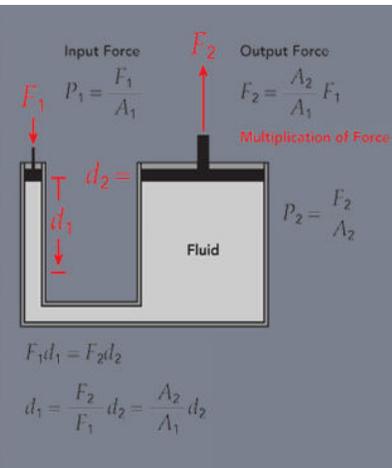
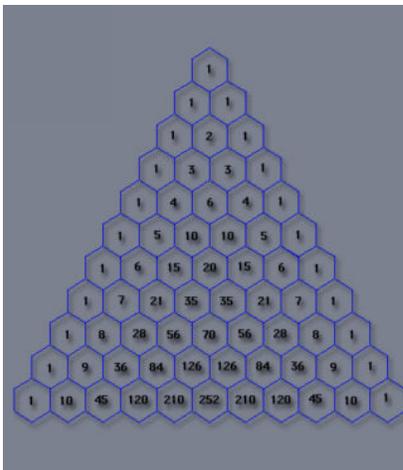
$$F_2 = 2^{2^2} + 1 = 17$$

$$F_3 = 2^{2^3} + 1 = 257$$

$$F_4 = 2^{2^4} + 1 = 65537$$

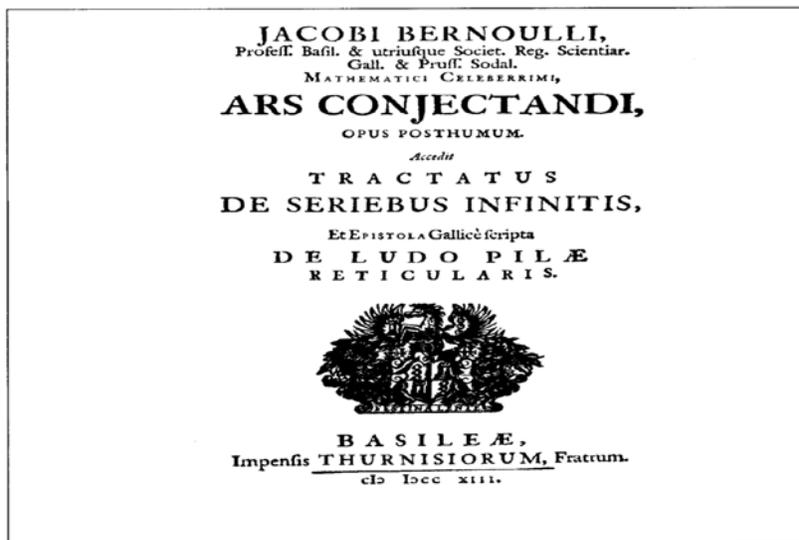
Blaise Pascal (1623-1662), nació en Paris, Francia. Matemático que junto con Fermat fundamentaron la Teoría de la Probabilidad con base en los juegos de azar. Otra aportación importante en la Física fue el principio que lleva su nombre, donde estableció que los líquidos transmiten presiones con la misma intensidad en todas direcciones.

Diseñó la Pascalina que era una máquina con base en engranes que le permitía sumar y restar cantidades. (biografiasyvidas.com, consultado el 24-VII-17).



Busto en honor a Pascal y dos aportaciones: Matemáticas su triángulo con base en números combinatorios y en Física su principio. (www.google.com.mx/imagenes_Pierre_Fermat/, 30-VII-17).

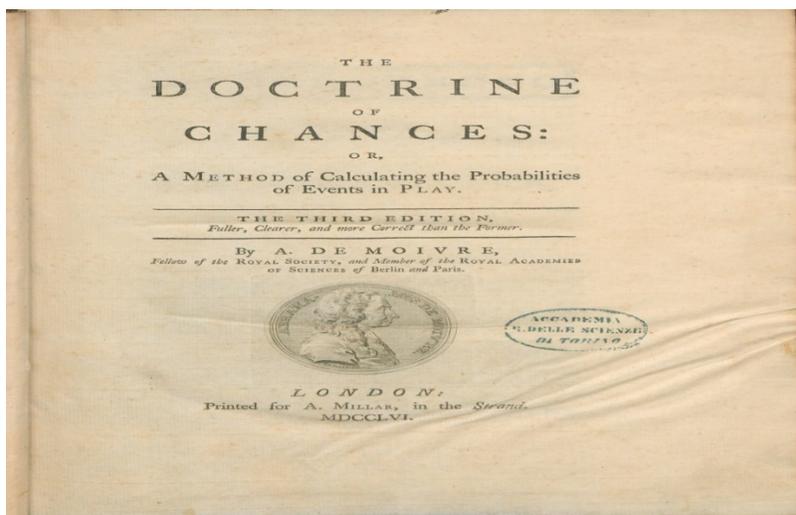
Jacobi Bernoulli (1654-1705), nació en Basilea, Suiza. Matemático y Físico que inventó el “*Cálculo de variaciones*”. En 1713 publicó “*Ars conjectandi*”, el arte de conjeturar, un trabajo pionero de la probabilidad, aportó un ensayo con una distribución que lleva su nombre y que es fundamento de varias distribuciones de probabilidad. (bigrafiasyvidas.com, consultado el 25-VII-17)



La portada de la publicación “ars conjectandi”

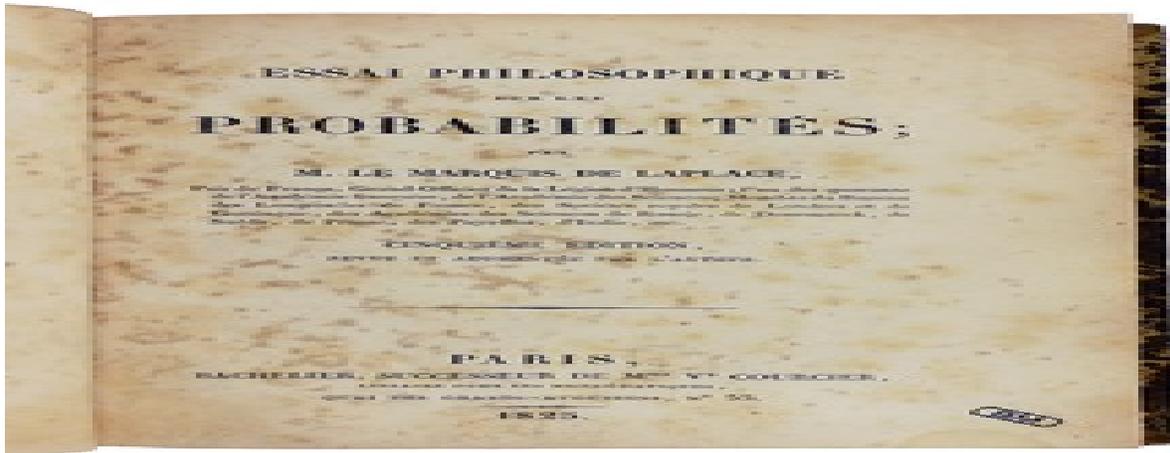
(By Jakob Bernoulli - <http://nsm1.nsm.iup.edu/gsstoudt/history/images/arsconj.html>, Public Domain, <https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=4099411>, 27-VII-17)

Abraham de Moivre (1667-1754), nació en Champagne, Francia. Matemático que en 1718 publicó “*Doctrine of chances*” un método para el cálculo de eventos en los juegos con base en la distribución normal. En 1723 derivó la curva normal como una aproximación a la distribución Binomial, a él se debe el concepto de “*Independencia estadística*”. En trigonometría introdujo la expresión $x^{in} = [\cos(x) + i\text{sen}(x)]$ que fue importante en el desarrollo de la aritmética de los números complejos. (bigrafiasyvidas.com, consultado el 25-VII-17).



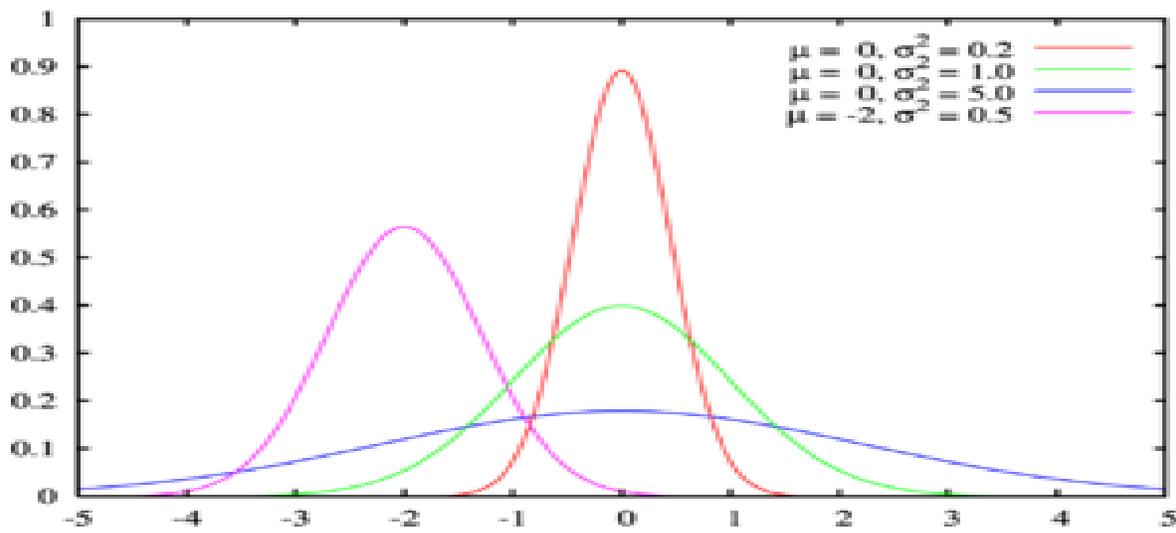
La portada de la publicación “The doctrine of chances”. (Microsoft, Word en línea, 26-VII-17).

Pierre Simón Laplace (1749-1823), nació en Beamont Duge, Francia. En 1774 presentó “*La ley de probabilidad del error*” como una función de una variable $y = f(x)$, considerando tres características para la función $f(x)$: 1) Simétrica con respecto al eje Y, 2) Es asintótica al eje X, 3) La superficie cerrada en uno. En 1812 publicó “*Teoría analítica de probabilidades*”, donde expuso el método de mínimos cuadrados. Afirmó “*es notable que una ciencia que comenzó con consideraciones sobre los juegos de azar haya llegado a ser el objeto más importante del conocimiento humano*”. (biografiasyvidas.com, consultado el 25-VII-17).



La portada de la publicación “Probabilites”. (Microsoft, Word en línea, 26-VII-17).

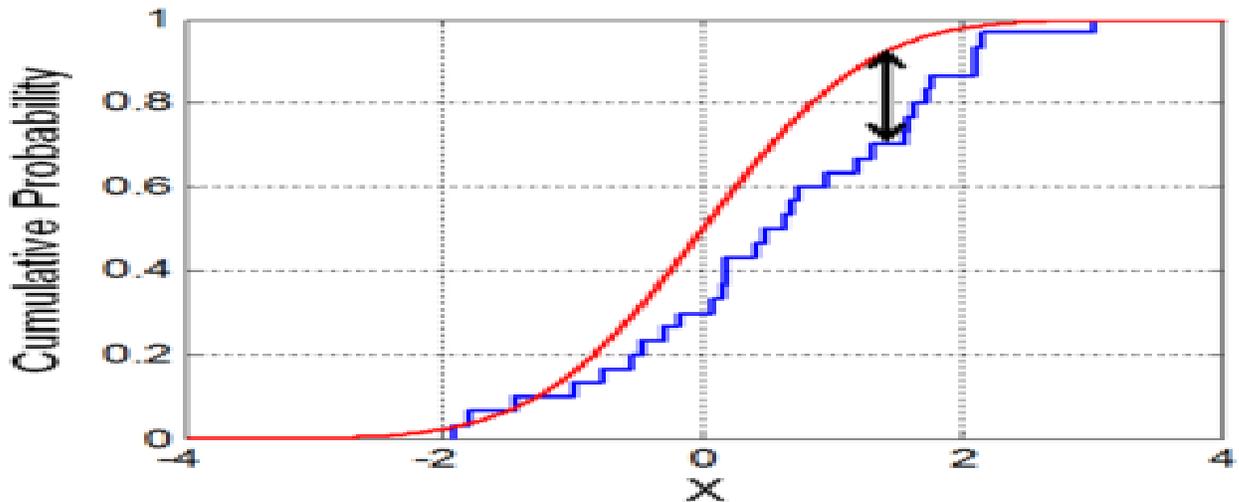
Johann Carl Friedrich Gauss (1777-1855), nació Braunschweig, Alemania. Matemático, astrónomo y físico, contribuyó al desarrollo de las Matemáticas: La teoría de los números, *la función analítica de la distribución normal*, la teoría del magnetismo, el pentadecágono y la eliminación de Gauss-Jordán para Análisis Numérico. (bigrafiasyvidas.com, consultado el 25-VII-17).



Diferentes distribuciones muestrales con sus respectivos parámetros de media y varianza.

(Microsoft, Word en línea, 26-VII-17).

Andrei N. Kolmogorov (1903-1987), nació en Tambov, Rusia. Matemático que caracterizó un *sistema axiomático* de la probabilidad a partir de la Teoría de conjuntos, dándole formalidad a la Teoría de la probabilidad, en 1922 publicó sus primeros resultados y en 1938 un estudio sobre *los procesos estocásticos*. (bigrafiasyvidas.com, consultado el 25-VII-17).



*La probabilidad acumulada de un experimento discreto (azul), curva roja es la ojiva resultante.
(Microsoft, Word en línea, 26-VII-17).*

Axiomas de probabilidad.

Según la RAE, un axioma es una “Proposición tan clara y evidente que se admite sin demostración” en matemáticas es “cada uno de los principios fundamentales e indemostrables sobre los que se construye una teoría”. Los axiomas sobre los que se construye la teoría de la probabilidad son, principalmente, los tres siguientes:

- 1) $P(E) \geq 0$. La probabilidad de cualquier evento es un número real no negativo.
- 2) $P(S) = 1$. La probabilidad del evento seguro es uno.
- 3) $P(E_1 \cup E_2 \cup E_3 \dots \cup E_n) = \sum_{i=1}^n P(E_i)$. La probabilidad de la unión de n eventos mutuamente excluyentes es igual a la suma de las probabilidades de cada uno de ellos; es decir, si tomamos dos cualesquiera de ellos, su intersección es el evento vacío, $E_i \cap E_j = \varnothing, \forall i \neq j$.

Teoremas fundamentales de la Probabilidad.

La RAE define al teorema como una “proposición demostrable lógicamente partiendo de axiomas, postulados o de otras proposiciones ya demostradas”, los siguientes teoremas fundamentales de la probabilidad se derivan de los tres axiomas enunciados más arriba.

- 1.- $P(\varnothing) = 0$. La probabilidad del evento vacío o imposible, vale cero.
- 2.- $P(E^c) \leq 1$. La probabilidad de un evento complementario es menor o igual a uno.

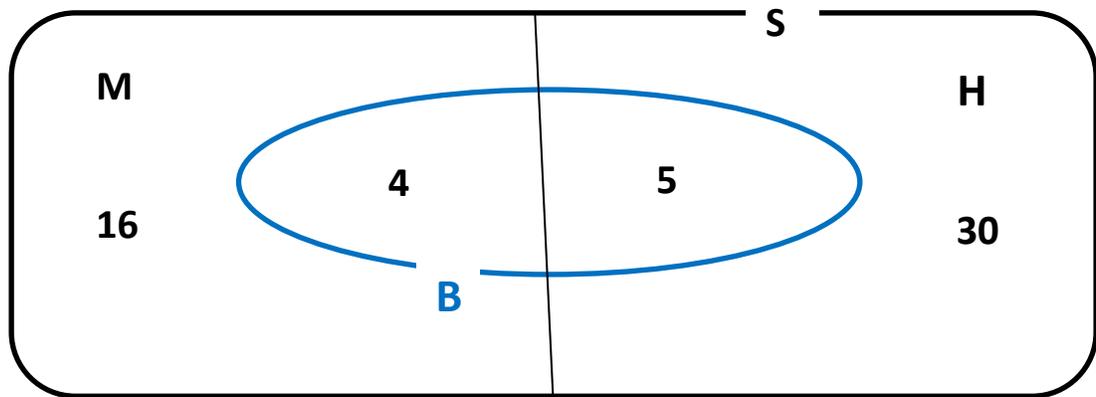
Como $P(E) + P(E^c) = 1$ o bien $P(E^c) = 1 - P(E)$, los eventos E^c y E son complementarios, esto es, su intersección es el evento vacío $E^c \cap E = \varphi$ y su unión es exhaustiva (igual al espacio muestral) $E^c \cup E = S$.

- 3.- $P(E \cup F) = P(E) + P(F) - P(E \cap F)$. Para dos eventos cuales quiera de un mismo espacio muestral, la probabilidad de la unión de ellos es igual a la suma de sus probabilidades, menos la probabilidad de su intersección.
- 4.- si $E \subset F$, $P(E) \leq P(F)$. Si un evento E está contenido en un evento F, la Probabilidad del evento E, es menor o igual a la probabilidad del evento F.

Ejemplo: En un grupo de probabilidad hay treinta y cinco y hombres de los cuales cinco están becados y veinte mujeres de las cuales cuatro están becadas. Si el profesor elige a un estudiante al azar de la lista de clase para que pase al pizarrón. Obtener la probabilidad de que: a) Sea hombre, b) sea mujer becada, c) sea mujer no becada y d) sea mujer u hombre, pero éste último becado.

Solución.

Primero definimos los eventos a trabajar: $H=\{\text{hombre}\}$, $M=\{\text{mujer}\}$ y $B=\{\text{becad@}\}$, $n_s = 55$, después elaboramos un diagrama de Venn para ilustrar los datos, por último aplicamos los axiomas y teoremas.



- a) $P(H) = \frac{n_H}{n_s} = \frac{35}{55} = \frac{7}{11} = 0.6364$
- b) $P\left(\frac{n_{M \cap B}}{n_s}\right) = \frac{4}{55} = 0.072$
- c) $P\left(\frac{n_{M \cap \bar{B}}}{n_s}\right) = \frac{16}{55} = 0.2909$
- d) $P\left(\frac{n_{M \cup [H \cap B]}}{n_s}\right) = \frac{20+30}{55} = \frac{50}{55} = \frac{10}{11} = 0.9091$

REFERENCIAS

- 1.- etimologias.dechile.net/?azar
- 2.- <https://www.biografiasyvidas.com>
- 3.- <https://www.infortaxi.wordpress.com>
<https://infortaxi.wordpress.com/2012/04/16/como-relaciona-wiener-la-introduccion-del-concepto-de-probabilidad-con-la-concepcion-de-san-agustin-del-mal/>
- 4.- RAE: Real Academia de la lengua española <https://www.rae.es>
- 5.- Microsoft Word®, imágenes en línea.

Elaborado por:

M. en T. A. E. Irene Patricia Valdez y Alfaro. Profesora de Probabilidad y Estadística. Coordinadora de cómputo en la División de Ciencias Básicas, Facultad de Ingeniería, UNAM.

Ing. Marco Antonio Gómez Ramírez. Profesor de Carrera Titular C. Jefe de las academias de Dibujo, Estadística y Probabilidad. Coordinación de Ciencias Aplicadas. División de Ciencias Básicas, Facultad de Ingeniería, UNAM.