



SERIE “SUPERFICIES”

1.- Determinar la ecuación cartesiana del cilindro que contiene a la curva de ecuaciones:

$$C \begin{cases} y^2 = 4x \\ z = 0 \end{cases}$$

y que se genera por rectas perpendiculares al plano: $x + 2y + 3z + 2 = 0$

2.- Sea la superficie cuadrática $x^2 + y = 16$. Determinar:

- sus trazas con los planos “XZ” y “YZ”;
- su simetría respecto al origen;
- la extensión de la superficie en la dirección de “Z”.

3.- Determinar una ecuación vectorial del cilindro hiperbólico que contiene a la hipérbola “C” y que se genera por rectas paralelas a la recta R, si

$$C: \begin{cases} \frac{x^2}{16} - \frac{z^2}{9} = 1 \\ y = 0 \end{cases}$$
$$R: \begin{cases} x = 5 \\ z = 6 \end{cases}$$

4.- Dada la ecuación del hiperboloide de dos mantos: $y^2 - x^2 - z^2 = 1$

Determinar la distancia entre sus vértices.



5.- Sea la superficie cuya ecuación cartesiana es: $16y^2 + 4z^2 - x^2 = 16$
Determinar:

- a) las trazas con respecto a los planos coordenados;
- b) su simetría respecto al origen.

Identificar la superficie.

6.- Obtener la ecuación cartesiana de la superficie de revolución que se genera al girar la curva de ecuación polar $\text{sen } \theta = r \cos 2\theta$, alrededor de la recta a 90° .

7.- Sea la superficie cuya ecuación cartesiana es $2x^2 - 2y^2 - 2z^2 = 8$.
Determinar su extensión en la dirección de los ejes coordenados e identificarla.



8.- Escribir en los paréntesis las letras que completen correctamente las siguientes proposiciones:

$$\text{Sea } A(x-1)^2 + B(y+2)^2 + C(z-3)^2 = D$$

a) Si $A=B=C=D \neq 0$, la ecuación representa.....()

1. Un cono.
2. Un hiperboloide de un manto.
3. una esfera
4. un paraboloides elíptico.

b) Si $A>0, B>0, C<0, \text{ y } D>0$, la ecuación representa()

1. un elipsoide.
2. un hiperboloide de un manto
3. un cono
4. un hiperboloide de dos mantos.

c) Si $A>0, B<0 \text{ y } C=D=0$, la ecuación representa.....()

1. un paraboloides de revolución.
2. un punto.
3. un plano.
4. una recta.

d) Si $A>0, B>0, C<0 \text{ y } D=0$, la ecuación representa.....()

1. un hiperboloide de dos mantos.
2. un cono.
3. un hiperboloide de un manto.
4. una esfera.

e) Si $A>0, B>0, C>0 \text{ y } D=0$, la ecuación representa.....()

1. una esfera
2. un punto
3. un plano
4. una recta.

9.- Sea la superficie S, una de cuyas ecuaciones vectoriales es:

$$p = (2\text{sen } \varphi \cos \theta + 4,5\text{sen } \varphi \text{sen } \theta, 6\cos \varphi - 1)$$

Determinar la ecuación cartesiana de la superficie e identificarla.

10.- Sea la superficie de ecuación: $x^2 + y^2 - 2x - 9z = 0$; Determinar



- a) su traza en el plano XY ,
- b) su simetría con respecto a los ejes Y y Z , y
- c) su extensión en la dirección del eje Z .

11.- Sea la recta $L: p = (-2t, t, 3 - t)$ perteneciente a la familia de rectas paralelas entre sí que forman la generatriz de una superficie, y sea la curva:

$$C: \bar{p} = \frac{t^2}{4}i - 2 + tk$$

una de las trazas de la superficie. Determinar la ecuación cartesiana de la superficie e identificarla.

12.- Determinar la ecuación vectorial para el cono circular recto que tiene su vértice en el punto $V(4, 2, 8)$ y cuya traza con el plano $y = 6$ es la curva C que tiene por ecuaciones:

$$C: \begin{cases} y = 6 \\ (x - 4)^2 + (z - 8)^2 = 16 \end{cases}$$

13.- Sea la superficie cuya ecuación es:

$$x^2 + 2y^2 + 2z^2 - 4x + 4y - 2z + 3 = 0.$$

Determinar:

- a) Sus trazas con los planos paralelos a los planos coordenados.
- b) Su extensión en dirección de los ejes coordenados.

Identificar la superficie.

14.- Para la superficie S representada por la ecuación



$$\vec{p} = \left(\frac{m}{2} \cos t\right) i + \left(\frac{m}{3} \sin t\right) j + mk$$

- a) Obtener su ecuación cartesiana
- b) Identificar la curva que resulta de su intersección con el plano $Z=6$
- c) Identificar la superficie.

15.- Sea el hiperboloide circular de dos mantos cuya ecuación cartesiana es: $x^2 - y^2 - z^2 = 1$

Determinar las coordenadas cartesianas del vértice V1 que tiene abscisa positiva.

16.- Obtener una ecuación vectorial y la ecuación cartesiana de la superficie que es formada por rectas paralelas al vector $u = (1, 2, 3)$ y que contiene a la recta

$$L: \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases}$$

17.- Sean los puntos A(1,1,1) y B(5,7,13) que pertenecen a la esfera S. Si A y B son simétricos respecto a su centro, determinar la ecuación cartesiana de la esfera S.

18.- Determinar una ecuación vectorial y la ecuación cartesiana de la superficie cilíndrica cuya directriz es la curva

$$D: \begin{cases} 2x^2 + z^2 = 1 \\ y = 2 \end{cases}$$

y que se forma por rectas paralelas al vector $u = 3i - j - 2k$

19.- Determinar una ecuación vectorial y la ecuación cartesiana del cilindro que se forma por rectas paralelas al vector $v = i - j + k$ y cuya intersección en el plano $y = 5$ es la parábola $z = 3x^2 - 2$



20.- Sea la ecuación de la superficie $S: \frac{x^2}{a^2} + \alpha \frac{y^2}{b^2} + \beta \frac{z^2}{c^2} = 1$

Obtener el conjunto de valores para α y el conjunto de valores para β tal que la ecuación represente:

- a) Un elipsoide
- b) Un hiperboloide de una hoja
- c) Un hiperboloide de dos hojas.
- d) Dos planos paralelos.

21.- Obtener una ecuación vectorial y la ecuación cartesiana del cono elíptico con vértice en $V(3,4,5)$ y cuya intersección con el plano $y = 9$ es

$$C: \begin{cases} \frac{(x-3)^2}{9} + \frac{(z-5)^2}{4} = 1 \\ y = 9 \end{cases}$$

22.- Sea la ecuación: $x^2 + By^2 - 4 = 0$. Determinar el conjunto de valores de la constante B , para que dicha ecuación represente:

- a) un cilindro circular.
- b) cilindros elípticos.
- c) cilindros hiperbólicos.
- d) Dos planos paralelos.

23.- Identificar la superficie cuádrica representada por cada una de las ecuaciones:

a) $(x-1)^2 - (y-2)^2 + (z-3)^2 = 1$:_____

b) $(x-1)^2 + z^2 = (y+2)^2$:_____



c) $(x + 3)^2 + 4y^2 + (z - 1)^2 = 4$:_____

d) $(x + 1)^2 - y - (z + 1)^2 = 0$:_____

e) $(y - 2)^2 + (z - 4)^2 = -x$:_____

NOTA: LA IDENTIFICACIÓN SE CONSIDERARÁ INCORRECTA SI SÓLO SE MENCIONA EL NOMBRE DE LA SUPERFICIE.