SERIE "CURVAS EN EL ESPACIO"

1. Obtener una ecuación vectorial de la curva que se obtiene por el desplazamiento de un punto tal que su abscisa es -5 mientras que su cota es el triple de la tangente de su ordenada.

2. Sea la parábola C, una de cuyas ecuaciones vectoriales es:

$$\bar{p}(t) = 5i + \frac{t}{2} j + (-2t^2 + 24t - 68)k$$

Determinar:
a) unas ecuaciones cartesianas de dicha parábola;
b) las coordenadas cartesianas del vértice de la curva, y
c) para qué valor del parámetro t se obtienen las coordenadas del vértice.

3. Determinar si las ecuaciones paramétricas:

$$\begin{cases} x = t(t+2) \\ y = 2(t+1) \qquad\qquad t \geq -1 \\ z = 0 \end{cases}$$

y la ecuación polar: $r(1-\cos(\theta)) = 2; \quad -\pi \leq \theta \leq 0$ representan el mismo lugar geométrico.

4. Obtener una ecuación vectorial de la curva que tiene por abscisa a –7, mientras que su ordenada es el doble del coseno de su cota.

5. Sea la curva C representada por la ecuación vectorial:

$$\bar{p}(t) = 3i + (4\cos t + 3)j - (4\operatorname{sen} t + 2)k$$

a) Determinar sus ecuaciones cartesianas.
b) Identificar la curva.
c) Trazar su gráfica.

6. Sean las curvas $C_1 \ y \ C_2$ que son representadas por las ecuaciones vectoriales:

$$C_1 : \bar{p} = (m+2)i + (\sqrt{1+m^2})\, j$$

$$C_2 : \bar{p} = \left(\frac{1}{\cot\beta} + 2 \right) i + (\sec\beta)\, j$$

a) Determinar si $C_1 \ y \ C_2$ representan el mismo lugar geométrico.
b) Determinar una ecuación polar de la curva C1.

7. Sea la curva C, una de cuyas ecuaciones vectoriales es:

$$\bar{r} = (1 \pm \sqrt{t}\,)i + \left(-1 \pm \sqrt{2-t} \right) j$$

Determinar:
a) sus intersecciones con los ejes coordenados X y Y;
b) una ecuación polar de la curva.

8. Sea la curva C, unas de cuyas ecuaciones paramétricas son:

$$C : \begin{cases} x = \dfrac{3\csc\theta - 3}{\csc\theta} \\ y = \dfrac{3}{\sec\theta} - 1 \\ z = 0 \end{cases}$$

Determinar unas ecuaciones cartesianas de la curva. Identificarla y trazar su gráfica.

9. Determinar las ecuaciones cartesianas de cada una de las curvas representadas a continuación. Identificarlas.

a) $C:\begin{cases} x = 2\sec\ t - 1 \\ y = \tan\ t + 2 \\ z = 0 \end{cases}$

b) $C: \overline{p} = ti + (\sqrt{12t - t^2 - 27} + 2)\, j$

c) $C: \overline{p} = (-4 + \sqrt{1 + t^2})i + tj$

d) $C:\begin{cases} x = \dfrac{8}{\tan\theta} + 4 \\ y = 4\cot^2\theta - 1 \\ z = 0 \end{cases}$

e) $C:\begin{cases} x = 1 - 2\cos^2 t \\ y = \sin 2t \\ z = 0 \end{cases}$

10. Determinar las ecuaciones cartesianas de la curva representada por las ecuaciones paramétricas:

$$C:\begin{cases} x = \mathrm{s}en\, t \\ y = \cos 2t \\ z = 4 \end{cases}$$

11. Sea la curva C representada por la ecuación vectorial:

$$\overline{p} = \left(\frac{-16}{\mathrm{s}en\theta - 1}, \frac{\mathrm{s}en\theta - 1}{4}, 0 \right)$$

Determinar:
a) Una ecuación polar de la curva C.
b) Las intersecciones de la curva C con los ejes coordenados X e Y.
c) Unas coordenadas polares de los puntos que pertenecen a la curva C y que están más próximos al polo.

Trazar la gráfica de la curva.

12. Sea el segmento de curva C, una de cuyas ecuaciones vectoriales es:

$$\overline{p} = (t)i + \left(\frac{1}{2}t^2\right)j; \qquad 0 \le t \le 2$$

Representar por medio de una ecuación polar al segmento de curva C.

13. Sea la curva C representada en forma paramétrica por

$$C : \begin{cases} x = -\sqrt{1+t^2} \\ y = t \end{cases} \qquad t \ge 0$$

a) Obtener una ecuación polar que represente el mismo lugar geométrico que la curva C.
b) Trazar la gráfica de dicha curva.

14. Para la curva de ecuaciones:

$$C : \begin{cases} x = 0 \\ z^2 - y^2 = 9 \end{cases}$$

determinar unas ecuaciones paramétricas y una ecuación vectorial.
Identificar y graficar la curva.

15. Determinar unas ecuaciones paramétricas de la curva:

$$C : \begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 25 \\ x = 4 \end{cases}$$

Identificar la curva y bosquejar su gráfica.

16. Sea la curva C en el plano XY representada por las ecuaciones paramétricas

$$C:\begin{cases} x=\cos t \\ y=\sin 2t \end{cases}$$

Determinar la ecuación cartesiana y una ecuación polar de la curva C.

17. Sean las curvas $C_1 \ y \ C_2$ representadas por las ecuaciones:

$$C_1:\begin{cases} x=2\cos t \\ y=2\,\mathrm{s}en\,t \end{cases} \quad para\, t\in(\pi,2\pi]$$

$$C_2: r=2 \qquad -360°\le\theta<-180°$$

Determinar si representan el mismo lugar geométrico.

a) En caso de que no lo representen, obtener las coordenadas cartesianas de sus puntos en común.
b) En caso de que sí representen el mismo lugar geométrico, obtener su ecuación cartesiana.

18. Obtener el intervalo parámetrico y el conjunto de valores de X, el de Y y el de Z para los puntos de la curva:

$$C:\begin{cases} x=\dfrac{1}{\sqrt{t-4}} \\ y=\dfrac{3}{\sqrt{t-4}}-1 \\ z=+\sqrt{25-t^2} \end{cases}$$

19. Determinar unas ecuaciones paramétricas y una ecuación vectorial de la elipse con centro en el punto C (-2, 1, 5), semieje menor de longitud 3 y paralelo al eje de las abscisas, y semieje mayor de longitud 4 y paralelo al eje de las cotas.

20. Sea la curva C, una de cuyas ecuaciones vectoriales es:

$$\overline{p} = \left(\cos 2\theta, \frac{6}{\sec\theta}, 0 \right) \qquad \frac{\pi}{2} \leq \theta \leq \pi$$

Determinar unas ecuaciones paramétricas así como unas ecuaciones cartesianas de la curva. También, identificarla y trazar su gráfica.

21. Sea la curva $C : \overline{r} = a\cos t \;\; i + a\,\mathrm{sen}\,t \;\; j + 3k$
Identificar la curva.

22. Determinar unas ecuaciones cartesianas de la curva

$$C : \overline{p}(t) = (1-t)\,j + (1 - 2t + t^2)k \;\text{ para }\; 0 \leq t \leq 2$$

23. Obtener una ecuación vectorial de la curva:

$$C : \begin{cases} x^2 + y^2 = \dfrac{z}{2} \\ z = 8 \end{cases}$$