

ELIPSE

DEFINICIÓN

Una elipse es el lugar geométrico de todos los puntos de un plano, tales que la suma de sus distancias a dos puntos fijos llamados focos, siempre es constante. A esta longitud constante se le denomina eje mayor que puede ser paralelo al eje “x”, paralelo al eje “y” o bien oblicuo.

Eje mayor = Distancia entre vértices

Elementos de la elipse:

Centro

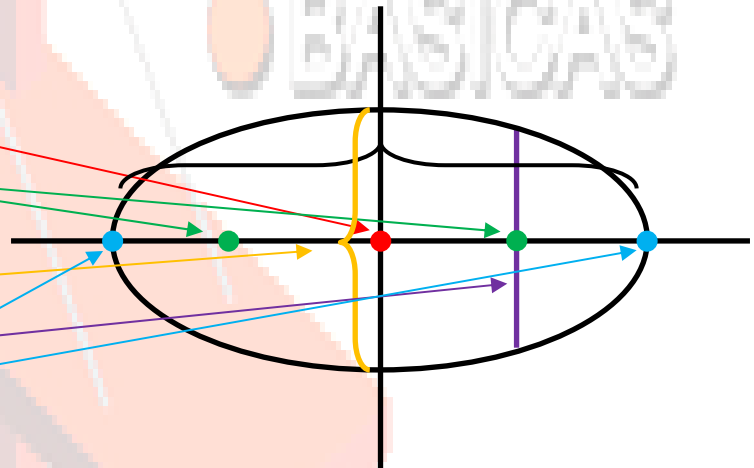
Focos

Eje mayor

Eje menor

Lado recto

Vértices



Centro

Como su nombre lo indica, es el punto central de la elipse y es donde se intersecan los ejes mayor y menor.

Focos

Son dos puntos localizados sobre el Eje mayor, no son arbitrarios y entre más parecida sea una elipse a una circunferencia, la distancia entre ellos se reduce. Si dicha distancia es cero, entonces la curva es una circunferencia.



Eje mayor

Segmento de recta localizado entre los vértices de la Elipse. Su longitud equivale a la suma de la distancia de cada foco a un punto cualquiera de la elipse, lo que da pauta a la definición de este lugar geométrico.

Eje menor

Segmento de recta perpendicular al eje mayor cuyos extremos se localizan sobre la elipse. Su valor es necesario como dato para poder obtener la ecuación de la elipse.

Lado Recto

Segmento de recta perpendicular al eje mayor, contiene a un foco (cualquiera de los dos) y sus extremos se localizan sobre la elipse. La longitud del lado recto se denomina *ancho focal*.

Vértices

Puntos extremos del eje mayor. Algunos autores también denominan como vértices a los extremos del eje menor aunque no es muy utilizado.

Excentricidad

Es una cantidad constante para cada elipse, se interpreta como una medida de qué tan “achatada” es la elipse. Se calcula dividiendo la semidistancia focal (de foco a centro) entre la longitud del semieje mayor. En términos de los semiejes mayor y menor se le puede calcular mediante

$$e = \frac{c}{a} \quad e = \frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{a}$$



Ecuación de una elipse

Al igual que en la circunferencia, los nombres genéricos que se han dado a las coordenadas del centro de una elipse son “h” para la abscisa y “k” para la ordenada. La longitud del eje mayor se denomina 2a y la del eje menor 2b. Las constantes mencionadas son datos que se requieren para determinar la ecuación de la elipse en estudio. La forma ordinaria de dicha ecuación es

$$\frac{(x-h)^2}{a^2} + \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$$

Para elipses paralelas al eje “x”

Siempre se cumple que $a > b$

$$\frac{(x-h)^2}{b^2} + \frac{(y-k)^2}{a^2} = 1$$

para elipses paralelas al eje “y”

Recordemos que 2a es la longitud del eje mayor, al valor “a” se le denomina semieje mayor y “b” es entonces la longitud del semieje menor. Para identificar si la elipse es paralela al eje “x” o al eje “y”, basta con identificar el valor de “a” y según se encuentre dividiendo a “x” o a “y” es el paralelismo de la curva.

Ejemplo de identificación:

La ecuación $\frac{(x-2)^2}{9} + \frac{(y+1)^2}{4} = 1$ representa a la elipse con centro C(2,-1)

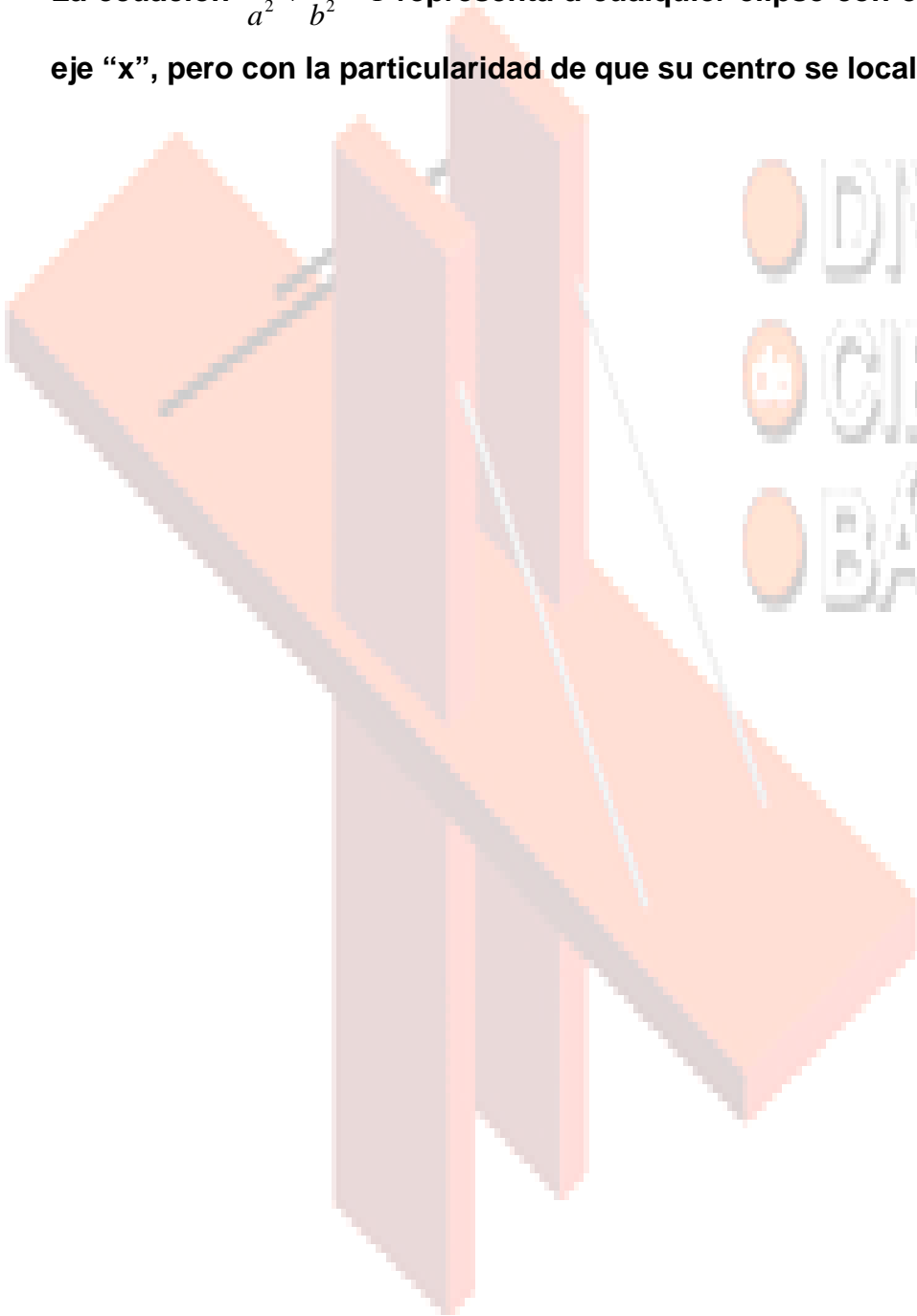
es paralela al eje “x” pues 9 es mayor que 4 y por ende $a=3$ y $b=2$. El eje mayor mide 6 y el eje menor mide 4. Las coordenadas del centro son 2 y -1 ya que en la forma ordinaria aparecen (x-h) y (y-k) esto es $-h=-2$ por lo tanto $h=2$; $-k=1$ por lo tanto $k=-1$.

Por otra parte la elipse $\frac{(x-2)^2}{4} + \frac{(y+1)^2}{9} = 1$ es muy parecida a la anterior

y la diferencia básica es que su eje mayor es paralelo al eje “y”, ambas comparten el mismo centro. Tienen las mismas longitudes de ejes, pero son de distinta orientación.



La ecuación $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ representa a cualquier elipse con eje mayor paralelo al eje "x", pero con la particularidad de que su centro se localiza en el origen.



DIVISIÓN
CIENCIAS
BÁSICAS