UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
FACULTAD DE INGENIERÍA
DIVISIÓN DE CIENCIAS BÁSICAS

***CÁLCULO INTEGRAL***

# ***SERIE 3***

*Mediante la aplicación del método correspondiente, obtener el resultado de las siguientes integrales:*

1. $\displaystyle\int \frac{\cos^{2/3} x}{\operatorname{sen}^{8/3} x}\, dx$

*Solución*: $-\dfrac{3}{5}\cot^{5/3} x + C$

2. $\displaystyle\int \frac{x}{x^4 + x^2 + 1}\, dx$

*Solución*: $\dfrac{\sqrt{3}}{3}\operatorname{angtan}\dfrac{2}{\sqrt{3}}\left(x^2 + \dfrac{1}{2}\right) + C$

3. $\displaystyle\int \frac{dx}{\sqrt{\left(\dfrac{1}{e^x}\right)^2 - 1}}$

*Solución*: $-\operatorname{angsec}\left(e^{-x}\right) + C$

4. $\displaystyle\int \frac{4\operatorname{sen}x\cos x}{\operatorname{sen}^2 x - \cos^2 x}\, dx$

*Solución*: $\ln\left|\operatorname{sen}^2 x - \cos^2 x\right| + C$

*Efectuar:*

5. $\int \operatorname{sen} 2x \cos \frac{x}{3}\, dx$

6. $\int \operatorname{sen}^4 3x dx$

$$\textit{Solución}: \quad \frac{3}{8}x - \frac{1}{12}\operatorname{sen} 6x + \frac{1}{96}\operatorname{sen} 12x + C$$

7. $\int \operatorname{sen}^4 x \cos^5 x dx$

$$\textit{Solución}: \quad \frac{\operatorname{sen}^5 x}{5} - \frac{2}{7}\operatorname{sen}^7 x + \frac{\operatorname{sen}^9 x}{9} + C$$

8. $\int \operatorname{sech}^3 x \tanh x dx$

9. $\int 4x\left(\operatorname{ang}\sec x\right) dx$

$$\textit{Solución}: \quad 2x^2 \operatorname{ang}\sec x - 2\sqrt{x^2 - 1} + C$$

10. $\int \frac{x^3 + 1}{x^2 - x^3}\, dx$

$$\textit{Solución}: \quad -x + \ln x - \frac{1}{x} - 2\ln\left(x - 1\right) + C$$

$$= -x - \frac{1}{x} + \ln\left|\frac{x}{\left(x-1\right)^2}\right| + C$$

$$11.\quad \int \frac{dx}{x\ln x}$$

$$Solución:\quad \ln\left[\ln x\right]+C$$

$$12.\quad \int \frac{dx}{\sqrt{x^2-1}}$$

$$Solución:\quad \ln\left(x+\sqrt{x^2+1}\right)+C$$

$$13.\quad \int \frac{2x}{x^2+x+1}dx$$

$$Solución:\quad \ln\left(x^2+x+1\right)-\frac{2}{\sqrt{3}}\operatorname{angtan}\frac{2\left(x+\frac{1}{2}\right)}{\sqrt{3}}+C$$

$$14.\quad \int \frac{\sqrt{9-x^2}}{x^2}dx$$

$$Solución:\quad \operatorname{angcos}\frac{x}{3}-\frac{\sqrt{9-x^2}}{x}+C$$

$$15.\quad \int \left(x^2-1\right)e^x dx$$

$$Solución:\quad x^2e^x-2xe^x+e^x+C$$

$$16.\quad \int \frac{xe^x}{\left(x+1\right)^2}dx$$

$$Solución:\quad -\frac{xe^x}{x+1}+e^x+C$$

17. $\displaystyle\int \frac{dx}{\left(x^2+1\right)^2}$

$$Solución: \quad \frac{\operatorname{ang}\tan x}{2}+\frac{x}{2x^2+2}+C$$

18. *Calcular el área de la región limitada por las gráficas de ecuaciones:*

$$a)\; f\left(x\right)=3\left(x^3-x\right) \quad \text{y} \quad g\left(x\right)=0$$

$$Solución: \quad \frac{3}{2}u^2$$

$$b)\; y=e^x \quad , \quad y=e^{-x} \quad \text{y} \quad x=1$$

$$Solución: \quad \left[\frac{1}{e}\left(e^2+1\right)-2\right]\, u^2$$

$$c)\; x=\frac{y^2}{2} \quad \text{y} \quad x=y+4$$

$$Solución: \quad 18\; u^2$$

19. *Calcular el área de la región limitada por la elipse de ecuación:*

$$4x^2+y^2=4$$

$$Solución: \quad 2\pi\; u^2$$

20. *Calcular el volumen del sólido que se genera al girar alrededor del eje de las abscisas la región limitada por las gráficas:*

$$a)\; y=x^2+1 \quad , \quad y=0 \quad , \quad x=0 \quad \text{y} \quad x=1$$

$$Solución: \quad \frac{28}{15}\pi\; u^3$$

$$b)\; y=e^x \quad , \quad y=0 \quad , \quad x=0 \quad \text{y} \quad x=1$$

$$c)\, y=0 \quad , \quad x=5 \quad \text{y} \quad x=y^{2/3}+1$$

$$Solución: \quad 64\pi\ u^3$$

21. *Por medio de integrales calcular el volumen de una esfera de radio r= 2cm.*

$$Solución: \quad V=\frac{32}{2}\pi\ u^3$$

22. *Calcular el área de la región limitada por las gráficas de ecuación* $y=\sec x$ *y* $y=\cos x$ *en el intervalo* $\left[0,\ \frac{\pi}{4}\right]$

$$Solución: \quad A=\ln\left(\sqrt{2}+1\right)-\frac{1}{\sqrt{2}}\ u^2$$

23. *Calcular el volumen del sólido de revolución que se obtiene al hacer girar la región limitada por las gráficas de* $y=x^2$ *y de* $y=-x^2+1$*, alrededor del eje de las abscisas.*

$$Solución: \quad V=\frac{2\sqrt{2}}{3}\pi\ u^3$$

24. *Obtener la longitud de la curva de ecuación* $y=\frac{x^3}{6}+\frac{1}{2x}$*, en el intervalo* [1, 3].

$$Solución: \quad L=\frac{14}{3}\ u$$

25. *Por medio de integrales calcular el perímetro del círculo definido por la circunferencia de ecuación* $x^2+y^2-9=0$.

26. *Calcular la longitud de la curva de ecuación* $y=\ln\left|\cos x\right|$*, desde el punto cuya abscisa es x= 0, hasta el punto cuya ordenada es* $y=\ln\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$.

$$Solución: \quad L=\ln\left(\sqrt{2}+1\right)\ u$$

27. *Calcular el volumen del sólido que se genera al hacer girar el círculo limitado por la circunferencia de ecuación* $(x-1)^2+(y-1)^2=1$, *alrededor del eje de las ordenadas.*