SERIE DEL CAPÍTULO I

"SUCESIONES Y SERIES"

Escribe cuatro términos más de cada sucesión y una expresión que represente el término general (término enésimo).

I.1 $0,\ \frac{1}{4},\ \frac{2}{5},\ \frac{1}{2},\ldots$

I.2 $-2,\ -\frac{1}{3},\ 0,\ \frac{1}{7},\ \frac{2}{9},\ldots$

I.3 $1,\ 1,\ \frac{3}{4},\ \frac{1}{2},\ \ldots$

I.4 $1,\ 0,\ -\frac{1}{5},\ -\frac{2}{7},\ldots$

Indica en cada caso si la sucesión es creciente o es decreciente, justificando la respuesta.

I.5 $\left\{\frac{1}{n}\right\}$

I.6 $\left\{\frac{2}{3},\frac{3}{5},\frac{4}{7},\ldots\right\}$

I.7 $\left\{2n-1\right\}$

I.8 $\left\{\sqrt[n]{2}\right\}$

Determina si las siguientes sucesiones están acotadas o no, si lo están indica sus cotas, si no lo están explica porqué.

I.9 $\left\{ \dfrac{3}{\sqrt[n]{3}} \right\}$

I.10 $\left\{ \dfrac{1}{2^{n-1}} \right\}$

I.11 $\left\{ \dfrac{n}{n+1} \right\}$

I.12 $\left\{ \dfrac{6}{10^{n}} \right\}$

Mediante del cálculo del límite de la expresión que representa las sumas parciales de las siguientes series, determinar su carácter.

I.13 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)}$

I.14 $\sum_{n=1}^{\infty} (2n-1)$

I.15 $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{2^{n+1}}$

I.16 $\sum_{n=1}^{\infty} n$

Sabiendo que

a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} = 1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{9} + \frac{1}{16} + \ldots + \frac{1}{n^2} + \ldots$ **es convergente.**

y que

b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+2}{(n+1)(n+3)} = \frac{2}{2(4)} + \frac{4}{3(5)} + \frac{5}{4(6)} + \frac{6}{5(7)} + \ldots + \frac{n+2}{(n+1)(n+3)} + \ldots$

es divergente

Determina el carácter de la serie dada aplicando el criterio de comparación:

I.17 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2 + 1}$

I.18 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+2}{n+1}$

I.19 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n^2}$

I.20 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3(n+2)}{2n+6}$

Determina si la serie dada converge o diverge. Si es convergente, calcular su suma.

I.21 $$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^{n+1}}{2^n}$$

I.22 $$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(10)^n}$$

I.23 **Expresa el número decimal ilimitado periódico** $0.6666\ldots$

como una serie geométrica y determinar su suma si es convergente.

I.24 **Se deja caer una pelota desde una altura de** 10 **metros y rebota sucesivamente hasta quedar en reposo. Si la altura que alcanza en cada rebote es de** $\frac{9}{10}$ **de la altura que tomó en el rebote anterior. Calcula la distancia vertical total recorrida por la pelota.**

I.25 **Investiga si la serie de signos alternados** $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} n}{n^2 + 4}$ **es convergente o es divergente.**

I.26 **Indica el carácter de la serie** $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \sqrt{n}$ **.**

Obtén el intervalo de convergencia de las siguientes series, en cada caso incluir el análisis de los extremos.

I.27 $$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n+2}$$

I.28 $$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n!}$$

I.29 $$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n x^n}{n\, 2^n}$$

I.30 $$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n^2 x^n}{10^n}$$

I.31 $$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-5)^n}{3^n\,(n+1)}$$

Obtener la representación en serie de Maclaurin de las siguientes funciones:

I.32 $h(x) = \dfrac{1}{(x-1)^2}$

I.33 $l(x) = sen\, 2x$

I.34 $f(x) = e^{2x}$

Obtener la representación en serie de Taylor de las siguientes funciones:

I.35 $i(x) = cos\,x$ **alrededor de** $x = \pi$

I.36 $j(x) = \ln(x-1)$ **alrededor de** $x = 2$