EL LARGO CAMINO DEL CÁLCULO

A menudo se dice que Newton y Leibniz inventaron el cálculo para resolver problemas en el mundo de la física. No hay evidencias de esta afirmación. Más bien, al igual que sus predecesores, Newton y Leibniz estaban motivados por la curiosidad de resolver los problemas de "tangente" y "área", es decir, intentaban construir procedimientos generales para hallar tangentes y áreas. Una vez que se desarrolló el cálculo, se aplicó a una variedad de campos, en especial a la física, con éxito sorprendente.

Gottfried Wilhelm **Leibniz**

Los orígenes del cálculo se remontan unos 2000 años atrás a los trabajos de los griegos sobre áreas y tangentes. Arquímedes (287-212 a.C.) halló el área de una sección de parábola, logro que en los términos aquí establecidos significa calcular la expresión:

$$\int_0^b x^2\, dx$$

Él también logró determinar el área de una elipse así como el área y volumen de una esfera. Apolonio (alrededor de 260-200 a.C.) escribió acerca de tangentes a elipses, parábolas e hipérbolas, y Arquímides analizó las tangentes a ciertas curvas en forma espiral. Ni siquiera intuyeron que los problemas de "área" y "tangentes" serían convergentes mucho siglos después.

Con el colapso del mundo griego, simbolizado por el cierre de la Academia de Platón por ordenes del emperador Justiniano en el año 529 d.C., institución que había sobrevivido durante un milenio, al mundo árabe correspondió preservar los trabajos de los matemáticos griegos. En una ambiente liberal, los estudiantes árabes, cristianos y judíos trabajaron juntos, traduciendo y comentando los antiguos escritos, y agregando ocasionalmente su propio lucimiento. Por ejemplo, Alhazen (965-1039 d.C.) calculó volúmenes de ciertos sólidos.

Sólo hasta el siglo XVII varias ideas se fusionaron en el cálculo. En 1637, Descartes (1596-1650) y Fermat (1601-1665) introdujeron la geometría analítica. Descartes examinó una curva dada con ayuda del álgebra, en tanto Fermat tomó la ruta opuesta, y se encargó de explorar la geometría escondida en una ecuación dada. Por ejemplo, Fermat demostró que la gráfica de:

$$ax^2 + bxy + cy^2 + dx + ey + f = 0$$

es siempre una elipse, una hipérbola, una parábola, o una de sus formas degeneradas.

En este mismo periodo, Cavalieri (1598-1647) halló el área bajo la curva $y = x^n$ para $n = 1,2,3, \ldots ,9$ de acuerdo con un método en el que la longitud de los cálculos aumentaba a medida que el exponente se hacía mayor. A partir del valor n = 9, aseguró que el patrón debería ser válido para exponentes mayores. En los siguientes 20 años, varios matemáticos justificaron su conjetura. De manera que, aun el cálculo del área bajo $y = x^n$ para un entero positivo n, que se toma como ejemplo, representa un gran triunfo.

“¿Qué sucede con otros exponentes? ”, podría preguntarse el lector. Antes de 1665 no se conocían otros exponentes. No obstante, fue posible trabajar con la función que se ha denotado $y = x^{n/4}$ para enteros positivos p y q mediante su descripción como la función en que $y^4 = x^n$. (Por ejemplo, $y = x^{2/3}$ sería la función y que satisface $y^3 = x^2$). Wallis (1616-1703) halló el área por un método que tiene más carácter mágico que matemático. Sin embrago, Fermat obtuvo el mismo resultado con ayuda de series geométricas infinitas.

El problema de determinar tangentes a curvas estuvo en boga en la primera mitad del siglo XVII. Descartes mostró cómo hallar una recta perpendicular a una curva en un punto P (mediante la construcción de un circulo que toca la curva sólo en P); la tangente fue entonces la recta que pasa por P y es perpendicular a esa recta. Fermat halló tangentes a curvas en forma muy similar a la que se ha presentado en este texto y las aplicó a problemas de máximos y mínimos.

La situación era propicia para la unión de las técnicas acerca de “tangentes” y “áreas”. En efecto, Barrow (1630-1677), profesor de Newton en Cambridge, logró un resultado equivalente al teorema fundamental del cálculo, aunque no expresado en forma útil.

Newton (1642-1727) llegó a Cambridge en 1661, y durante los años de 1665 y 1666, pasados en la granja de su familia para evitar la plaga, desarrolló los fundamentos del cálculo, al advertir que hallar tangentes y calcular áreas eran procesos inversos. La primera tabla de integrales compilada se encuentra en uno de sus manuscritos de este periodo. Pero Newton no público sus resultados en ese tiempo, quizá por la baja en el comercio de los libros después del gran incendio de Londres en 1665. Durante esos dos importantes años, también introdujo los exponentes negativos y fraccionarios, demostrando así que diversas operaciones como multiplicar un número por sí mismo varias veces, tomar su recíproco, y hallar la raíz de alguna potencia de un número son sólo casos especiales de la función exponencial general a^x , donde x es un entero positivo, -1 o una fracción, respectivamente.

Das Bild von Sir **Isaac Newton**

Sin embargo, de manera independiente Leibniz (1646-1716) también inventó el cálculo. Abogado, diplomático y filósofo con seria vocación matemática. Leibniz estableció su versión en los años 1673-1676, y publicó sus investigaciones entre 1684 y 1686, mucho antes de la primera publicación de Newton en 1771.

A Leibniz se deben las notaciones dx y dy, y los términos “cálculo diferencial” y cálculo integral”, el símbolo de la integral y la palabra “función”. La notación de Newton solo sobrevive en el símbolo x para la diferenciación de x con respecto al tiempo, que a menudo se usa en física.

En varios textos de los años 1820, Cauchy (1789-1857) definió “limite” y “función continua” de la manera como se hace hoy. Él también dio una definición de integral definida, la cual con una ligera variación de Riemann (1826-1866) en 1854 se convirtió en la definición estándar de hoy. De manera que a mediados del siglo XIX, los descubrimientos de Newton y Leibniz se plantearon sobre bases sólidas.

En 1883, Liouville (1809-1882) de mostró que el teorema fundamental no podía utilizarse para calcular las integrales de todas las funciones elementales. De hecho, demostró que los únicos valores de la constante k para los cuales la integral:

$$\int \sqrt{1-x^2}\sqrt{1-kx^2}\ dx$$

es elemental, son 0 y 1.

Pero aún quedaban sin respuesta algunos interrogantes básicos, como: “¿Qué significa área?” (Por ejemplo, ¿tiene un área el conjunto de todos los puntos de coordenadas racionales que aparecen dentro de un cuadrado? Y de ser así ¿cuál es su área?) Sólo recientemente, en 1887, Peano (1858-1932) dio una definición precisa de área, esa cantidad que matemáticos anteriores habían tratado como dada de manera intuitiva.

La historia del cálculo, por tanto, consta de tres periodos,. Primero fue el largo trecho en el cual eran nulos los indicios de que hubiera relación entre los problemas de tangentes y los de áreas. Luego vino el descubrimiento de su estrecha conexión y la explotación de este vínculo desde fines del siglo XVII y durante el siglo XVIII. Este periodo fue seguido por el siglo en que se ataron los cabos sueltos.

Durante el siglo XX se ha aplicado el cálculo en muchas áreas nuevas, por su lenguaje natural que tiene que ver con procesos continuos, tales como el cambio de acuerdo con el tiempo. En este siglo los matemáticos también han obtenido algunos de los resultados teóricos más profundos acerca de sus fundamentos. El cálculo definitivamente está vivo y sigue desarrollándose.

Tomado del libro:
CÁLCULO Y GEOMETRÍA ANALÍTICA
Sherman K. Stein y Anthony Barcellos
Editorial McGRAW-HILL
5ª Edición