

EJERCICIOS DEL TEMA 4

LA DERIVADA

Semestre 2018-1

1.- Obtener la derivada de la función $y = \cos(x)$ por el método de los cuatro pasos.

2.- Sean $y = \sin(t)$; $t = \sqrt{p}$; $p = \pi^2 \tan(q)$ y $q = x + \frac{\pi}{4}$; obtener $\left. \frac{dy}{dx} \right|_{x=0}$

3.- Dada la expresión $3 \cos^2(x + y) = 2$ demostrar que $\frac{dy}{dx} = -1$

4.- De la expresión $f : \begin{cases} x = 2 \cos 2\theta \\ y = \operatorname{ang} \cos 3\theta \end{cases}$, obtener $\frac{dy}{dx}$.

5.- Obtener $\frac{dy}{dx}$ de:

- a) $\operatorname{sen}^4(x + y) + \cos(x^2 y^3) = 7$
- b) $x^5 - 2xy + y \cos x = 2$
- c) $y = x^3 \operatorname{angsen}(4x)$

6.- Para la curva definida por $y = \frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} - 1}$ obtener la ecuación de la recta tangente a la curva en el punto para el cual $x = 4$

7.- Para la función $y = \frac{1 + \cot x}{\cos x}$, calcular

$$y' \Big|_{x=\frac{\pi}{4}}$$

8.- De la función dada en forma paramétrica $\begin{cases} x = t + 3 \\ y = t^3 + 1 \end{cases}$ obtener la ecuación de la o las rectas tangentes a su gráfica que sean paralelas a la recta $y = \frac{3}{4}x + 3$.

9.- Determinar los puntos de la curva C , de ecuación $x^2 + y^2 = 4x + 4y$ en donde las rectas tangentes son paralelas a la recta $y = 0$.

10.- Calcular $D_x y \Big|_{y=\frac{\pi}{4}}$ para la función:

$$f : \begin{cases} x = t^2 + \frac{t^3}{4} \\ y = \operatorname{ang} \tan(t) \end{cases}$$

11.- Se tiene un rectángulo de base igual a 8 cm y cuya altura está aumentando. Determinar a qué razón cambia el perímetro en el instante en el que el área aumenta a razón de $1 \frac{\text{cm}^2}{\text{s}}$.

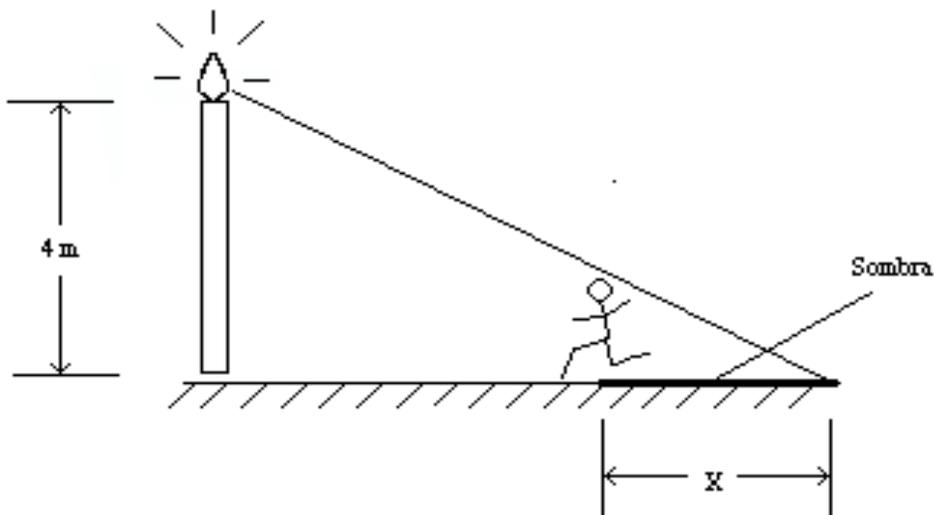
12.- Obtener todos los puntos que pertenecen a la gráfica de la función $f(x) = \frac{1+x}{1-x}$ donde la recta tangente es paralela a la recta $-x + 2y + 10 = 0$

13.- Obtener la ecuación cartesiana de la recta normal a la curva de ecuación $xy + x^2y = 2$, en el punto $A(1, 1)$.

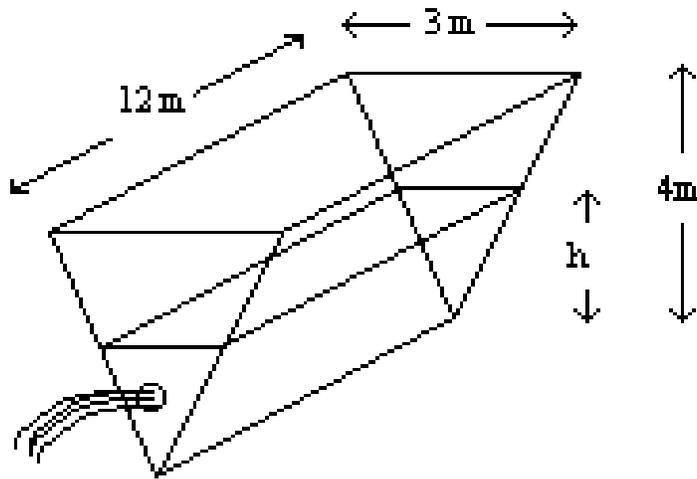
14.- Calcular el área del triángulo formado por los ejes coordenados y la recta normal a la gráfica de la función $y = \sqrt[3]{x}$ en el punto $(-1, -1)$.

15.- Calcular el o los ángulos de intersección entre las curvas de ecuaciones $x^2 + y^2 = 7$ y $y^2 = x + 1$

16.- Una persona de **1.8** metros de estatura camina sobre un piso horizontal con una rapidez de **1.4** metros por segundo, hacia la ubicación de un poste cuya lámpara se localiza a **4** metros de altura. Calcular con qué rapidez está disminuyendo la longitud de la sombra que proyecta la persona sobre el piso cuando se encuentra a una distancia de **4** metros del poste.



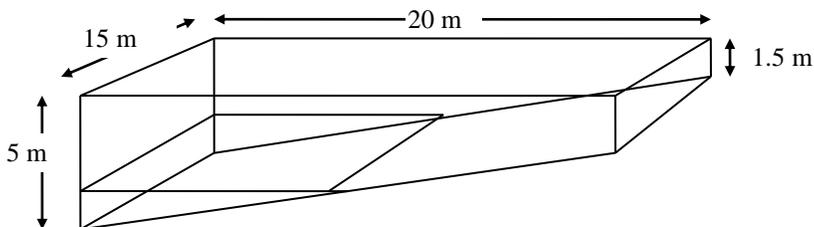
17.- De un tinaco, cuya geometría se muestra en la figura se está extrayendo agua a razón de **500** litros por minuto ¿Con qué rapidez esta disminuyendo el nivel del agua dentro del tinaco en el momento que la altura del nivel es de 1 metro?



18.- La cuerda de un papalote se desenrolla de manera uniforme a razón de **50** centímetros por segundo. Si a una altura de **40** metros el viento arrastra al papalote horizontalmente, ¿cuál es la rapidez con que se mueve el papalote cuando se han desenrollado **60** metros de cuerda?

19.- En una fábrica de cemento desde una banda transportadora se vierte $1 \frac{m^3}{min}$ de cemento formando un cono en el piso cuyo diámetro de la base es tres veces su altura ¿Con qué rapidez está creciendo la altura del cono cuando su altura es de **2** metros?

20.- En una alberca cuya geometría se muestra en la figura, se vierte agua a razón de $10 \frac{m^3}{min}$ ¿Con qué rapidez crece el nivel del agua dentro de la alberca cuando la profundidad es de **2 m**?

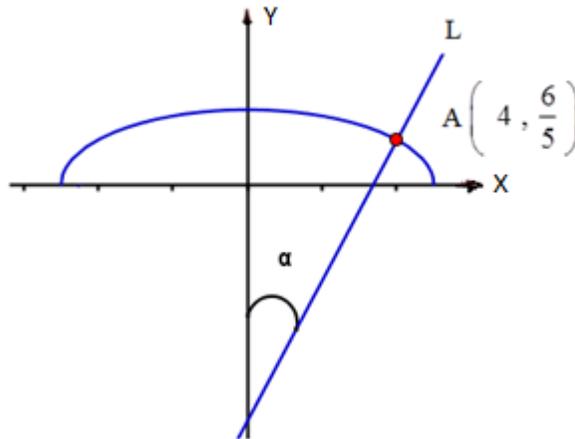


21.- La diagonal de un cuadrado aumenta a razón de **0.5** centímetros por minuto. Calcula con qué rapidez aumenta el área del cuadrado, cuando la diagonal mide **5** cm.

22.- Por medio de diferenciales, calcular $\sqrt{\frac{1}{3.9}}$

23.- Determinar la ecuación de la recta tangente a la curva $\text{sen}(xy) = \frac{1}{\sqrt{2}y}$ en el punto $P\left(\frac{\pi}{4}, 1\right)$

24.- Calcular el ángulo α que forma la recta L, que es normal a la elipse de ecuación $y = \frac{2}{5}\sqrt{25 - x^2}$ con el eje Y.



25.- Obtener lo que se pide:

a) $y + \cos\left(\frac{x}{y}\right) = 10$; $\frac{dy}{dx}\Big|_{P(0,\pi)}$

b) $\begin{cases} x = 9(\varphi - \text{sen}\varphi) \\ y = 9(1 - \cos\varphi) \end{cases}$; $\frac{dy}{dx}$