

EJERCICIOS DEL TEMA 3

Límites y continuidad

Semestre 2018-1

1.- Sin emplear la regla de L'Hôpital, calcular los siguientes límites:

a) $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\text{sen } 3x}{\pi - x}$

b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{x+1} - 1}{\sqrt{x+1} - 1}$

c) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 - 3x - 6}{\sqrt{x^4 + 1}}$

d) $\lim_{\theta \rightarrow \pi} \frac{\tan \theta}{(\theta - \pi) \sec \theta}$

e) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{3 - \sqrt{2x+1}}{\sqrt{2} - \sqrt{x-2}}$

f) $\lim_{x \rightarrow 2} \sqrt[3]{\frac{x^2 + x - 6}{x^3 - 5x^2 + 6x}}$

2.- De la función

$$f(x) = \begin{cases} -(x+2)^2 & \text{si } x \leq -2 \\ \frac{x}{3} + \frac{5}{3} & \text{si } -2 < x \leq 1 \\ -(x-1)^2 & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

determinar en cuál o cuáles de los siguientes intervalos es continua

- a) $(-5, -2)$
- b) $[-2, 1]$
- c) $[0, 2)$

3.- Mediante el cálculo de los límites en el infinito y los límites infinitos determinar para la función g

$$g(x) = \frac{x^2 + 4x - 21}{(x+7)(x-2)}$$

- a) Las asíntotas verticales de su gráfica.

b) Las asíntotas horizontales de su gráfica.

4.- Sin emplear la regla de L'Hôpital, calcular los siguientes límites:

a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\text{sen}(\pi + x)}$

b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\text{sen } 3x}{\text{sen } 4x}$

c) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2 - x}{\sqrt[3]{x + 6} - 2}$

d) $\lim_{t \rightarrow 0} \frac{1 - \text{sec}(t)}{t \text{sec}(t)}$

e) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{16 - x^2}{64 - x^3}$

5.- Calcular el valor o los valores de m y n tales que hagan que la función f sea continua

$$f(x) = \begin{cases} (x + 3)^2 - 1 & \text{si } x < m \\ x + 2 & \text{si } m \leq x \leq n \\ 4 - (x - 2)^2 & \text{si } x > n \end{cases}$$

6.- Obtener el valor de la constante c para que la función sea continua

$$f(x) = \begin{cases} c & \text{si } x \leq -4 \\ \frac{16 - x^2}{5 - \sqrt{x^2 + 9}} & \text{si } -4 < x < 4 \end{cases}$$

7.- Sea la función

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 4 & ; -2 \leq x \leq a \\ (x - 2)^2 & ; x > a \end{cases}$$

Determinar el valor de la constante a que hace que la función f sea continua.

8.- Mediante el cálculo de los límites en el infinito y los límites infinitos determinar para la función f

$$f(x) = \frac{x^2 - 2x + 3}{2x^2 - 8x + 8}$$

- a) Las asíntotas verticales de su gráfica
- b) Las asíntotas horizontales de su gráfica

9.- Sin emplear la regla de L'Hôpital, calcular los siguientes límites

- a) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt[4]{x^2 - 3} - 1}{\sqrt{x^2 - 3} - 1}$
- b) $\lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{\theta \sec \theta}{\tan \theta}$
- c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x - 2x \cos x}{x^2 \operatorname{sen} x}$
- d) $\lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{\sqrt{\cos \theta} - 1}{\theta^2}$

10. Determine el valor de a y b de tal forma que la función g sea continua en todo su dominio, trazar la gráfica de la función

$$g(x) = \begin{cases} \frac{a}{x} & \text{si } x \in (-\infty, -1) \\ (x-1)^2 & \text{si } x \in [-1, 2] \\ \frac{x}{2} - b & \text{si } x \in (2, \infty) \end{cases}$$