

EJERCICIOS DEL TEMA 2

Funciones

Semestre 2018-1

1.- Investigar si la función $f(x) = -2 - \sqrt{9 - (x-2)^2}$, con $x \in [2, 5]$ es biunívoca, en caso afirmativo, obtener su función inversa f^{-1} en forma cartesiana, así como el dominio de f^{-1} . Trazar la gráfica de ambas funciones. Determinar $(f^{-1} \circ f)$, así como su dominio.

2.- Sea la función expresada en forma paramétrica

$$f : \begin{cases} x = 5 \cos \theta \\ y = 4 \operatorname{sen} \theta \end{cases} \quad 0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$$

Obtener su función inversa, así como su dominio, su recorrido y gráfica.

3.- Dada la función

$$f : \begin{cases} x = \sqrt{2} \cos \alpha \\ y = 2 \operatorname{sen}^2 \alpha \end{cases} \quad \text{si } \alpha \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right]$$

en forma paramétrica, determinar su función inversa $f^{-1}(x)$ en forma cartesiana, el dominio y el recorrido tanto de la función $f(x)$ como de $f^{-1}(x)$.

4.- Sea un tronco de sección circular de diámetro "D" del cual se cortará una viga rectangular de ancho x. Expresar el área de dicha sección de la viga en función del ancho x.

5.- Dadas las funciones

$$f(x) = \sqrt{x^2 - 9} \quad \text{y} \quad g(x) = x + 3.$$

Determinar el dominio, el recorrido y bosquejar la gráfica de la función $(f \circ g)(x)$.

- 6.- Un fabricante de vasos de aluminio en forma de cilindro circular recto, cada uno con un volumen de 16 cm^3 . Formular una función que represente la cantidad de material necesario para construir un vaso en términos de su altura.

- 7.- Obtener la forma cartesiana de la regla de correspondencia de la función expresada en forma paramétrica por:

$$\begin{cases} x = \cos \theta - 1 \\ y = 2 \operatorname{sen}^2 \theta + 1 \end{cases} \quad \text{si} \quad y > 1$$

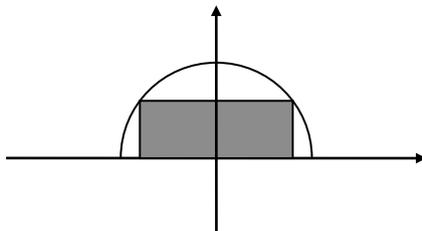
y trazar su gráfica.

- 8.- Determinar si la función $f(x) = | -3x - 2 |$ es biunívoca, si no lo es explicar porqué e indicar alguna restricción que la haga biunívoca, además obtener su función inversa y trazar la gráfica de ésta.

- 9.- Obtener una función que represente el volumen de un cono de dimensiones variables inscrito en una esfera de radio 4 m , en términos de su altura.

- 10.- Sea la función $f(x) = 1 + \sqrt{-x^2 - 8x}$, con $x \leq -4$. Determinar su función inversa f^{-1} en forma cartesiana, así como el dominio y el recorrido tanto de la función f como de f^{-1} . Trazar la gráfica de ambas funciones.

- 11.- Un rectángulo de dimensiones variables está inscrito en el semicírculo definido por la semicircunferencia $y = +\sqrt{25 - x^2}$ y el eje x , formular una función que permita calcular el área del rectángulo en términos de su altura: Escribir el dominio de la función.



- 12.- Determinar si la siguiente función expresada en forma paramétrica es biunívoca, si lo es, obtener su función inversa, el dominio de ambas y trazar la gráfica de las dos funciones; si no lo es, explicar porqué y trazar su gráfica.

$$\begin{cases} \sqrt{x-2} = \frac{\cos \theta}{2} \\ y = \text{sen } \theta + 1 \end{cases} \quad \text{si} \quad y \geq 1$$

- 13.- Se tiene un rectángulo de dimensiones variables, inscrito en un triángulo de lados: 10, 10 y 12. Determinar el área del rectángulo en función de su altura, exclusivamente.

- 14.- Dada la función $f = \left\{ (x, y) \mid x \in \mathbb{R}, y = 4 + \sqrt{36 - (x-2)^2} \right\}$. Determinar si es biunívoca, en caso afirmativo, determinar su función inversa, dominio y recorrido y trazar aproximadamente su gráfica de ésta. En caso negativo, determinar un intervalo de su dominio en caso de que sea biunívoca y obtener su función inversa, así como su dominio, recorrido y gráfica de ésta.

- 15.- Sean $f(x) = \sqrt{x^2 - 1}$ y $g(x) = \sqrt{x + 2}$. Determinar el dominio y el rango de la función $f \circ g$.

- 16.- Para la función f determinar su función inversa, así como el dominio y el recorrido de ésta

$$f(x) = \begin{cases} -3 \text{sen } x & \text{si} \quad -\frac{\pi}{2} \leq x \leq 0 \\ -\sqrt{x} & \text{si} \quad 0 < x < 2 \end{cases}$$

- 17.- Obtener la regla de correspondencia en forma explícita, dominio, recorrido y trazar la gráfica de la función inversa de $y = 2 + \sqrt{-4x - x^2}$ si $-4 < x < -2$; $2 < y < 4$.

18.- Determinar el valor de k de tal manera que la regla de correspondencia de la función f sea la misma que la de su función inversa. Obtener además, el dominio y el recorrido de ambas funciones.

$$f(x) = \frac{x + 4}{x - k}$$

19.- Dadas las funciones $f(x) = \frac{1}{x^2}$ y $g(x) = \frac{1}{x^2 + 1}$ Determinar $(g \circ f)$ así como su dominio.

20.- Se tiene un terreno conformado por tres partes alineadas, de las cuales la parte central es de forma rectangular y los extremos tienen forma semicircular, como se muestra en la figura. Si el área del terreno es de 20 m^2 , determinar su perímetro en función del radio de los semicírculos, exclusivamente.

