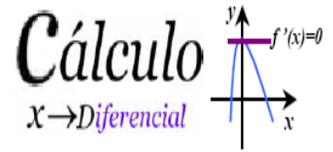




UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO  
FACULTAD DE INGENIERÍA  
DIVISIÓN DE CIENCIAS BÁSICAS  
CÁLCULO DIFERENCIAL  
SEGUNDO EXAMEN FINAL  
TIPO "A"



Semestre 2013-2

5 de junio de 2013

NOMBRE: \_\_\_\_\_ No. CUENTA: \_\_\_\_\_

**INSTRUCCIONES:** Leer cuidadosamente los enunciados de los **6 reactivos** que componen el examen antes de empezar a resolverlos. La duración máxima del examen es de **2 horas**.

1) Dada la función

$$f(x) = \begin{cases} -2x^2, & x \geq 0 \\ 3 - x^3, & x < 0 \end{cases}$$

Determinar la regla de correspondencia de la función inversa  $f^{-1}(x)$ , el dominio y el recorrido tanto de la función  $f(x)$  como de  $f^{-1}(x)$ .  
Trazar la gráfica de ambas funciones.

**20 PUNTOS**

2) Sin emplear la regla de L'Hôpital, calcular, si existe, cada uno de los siguientes límites:

a)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{|x-1|}$

b)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( x - x \cos \frac{1}{x} \right)$

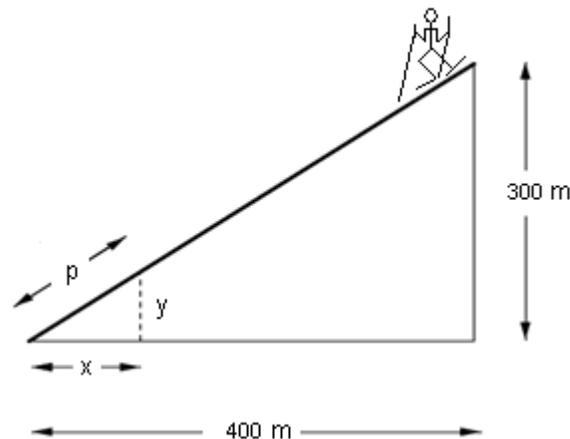
c)  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 + 1}{x + 1}$

**15 PUNTOS**

3) Determinar los puntos de la curva  $C$ , de ecuación  $x^2 + y^2 = 4x + 4y$  en donde las rectas tangentes son paralelas a la recta  $y = 0$ .

**15 PUNTOS**

4) Un esquiador se desliza a razón de 10 m/s sobre una rampa con forma de plano inclinado



Determinar la rapidez de variación con la que se desplaza horizontalmente  $x$ , en el instante en el cual el esquiador se encuentra a una distancia de 3 m del punto más bajo de la rampa.

**15 PUNTOS**

5) Para la función  $f(x) = \sqrt[3]{x-1}$  obtener, si existen,

- los intervalos donde  $f$  es creciente o decreciente,
- los máximos y mínimos relativos, y
- los intervalos donde la gráfica de  $f$  es cóncava hacia arriba o hacia abajo.

Trazar la gráfica de  $f$ .

**20 PUNTOS**

6) Obtener el intervalo de convergencia para la serie  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(x+1)^n}{n+1}$ . Incluir el análisis de los extremos.

**15 PUNTOS**