

Ejercicios resueltos

Tomando como base los **Considerandos** y el **Formulario 4**, se plantea a continuación la resolución de diversos ejercicios.

1. En el experimento de Millikan, una gota de aceite de 7×10^{-14} [kg] y de 14×10^{-7} [m] de radio, se encuentra estática cuando se aplica un diferencia de potencial de 595 [V] entre las placas metálicas separadas 7 [mm]. Calcule la diferencia de potencial que debe aplicarse para que la gota ascienda a 70×10^{-3} [cm·s⁻¹]. Utilice como valores constantes: 9.78 [m·s⁻²] para la gravedad 1830×10^{-7} [g·cm⁻¹·s⁻¹] para la viscosidad del aire y 0.855 [g·cm⁻³] para la diferencia de densidades.

Resolución:

- En este ejercicio, inicialmente una gota de aceite se encuentra estática al aplicar una diferencia de potencial V_e , pero se desea que ascienda a cierta velocidad v_a , y para ello se pide determinar el potencial V_a , necesario para que la gota ascienda; de tal manera que, considerando I, II y III se tendrían los datos siguientes:

$$m = 7 \times 10^{-14} \text{ [kg]}$$

$$r = 14 \times 10^{-7} \text{ [m]}$$

$$V_e = 840 \text{ [V]}$$

$$d = 7 \text{ [mm]} = 7 \times 10^{-3} \text{ [m]}$$

$$v_a = 70 \times 10^{-3} \text{ [cm·s}^{-1}] = 7 \times 10^{-4} \text{ [m·s}^{-1}]$$

$$g = 9.78 \text{ [m·s}^{-2}]$$

$$\eta = 1830 \times 10^{-7} \text{ [g·cm}^{-1}\text{·s}^{-1}] = 1.83 \times 10^{-5} \text{ [kg·m}^{-1}\text{·s}^{-1}]$$

$$(\rho_{ac} - \rho_{ai}) = 0.855 \text{ [g·cm}^{-3}] = 855 \text{ [kg·m}^{-3}]$$

$$V_a = ?$$

- Considerando VIII y IX, no se emplearían las ecuaciones 7-10, ya que la gota en ningún momento se encuentra en caída libre (VI) o en descenso (VII) con campo eléctrico; por lo tanto, si se denotan en color azul los parámetros conocidos y en rojo los desconocidos, el **Formulario 4** quedaría como sigue:

1 $F_g = \frac{4}{3} \pi \cdot r^3 \cdot \rho_{ac} \cdot g$	2 $F_a = \frac{4}{3} \pi \cdot r^3 \cdot \rho_{ai} \cdot g$	3 $F_r = 6\pi \cdot r \cdot \eta \cdot v_t$
4 $F_e = Q \cdot E$	5 $F_e = Q \cdot \frac{V}{d}$	6 $Q = N \cdot e$
11 $F_g - F_a - F_r = 0$	12 $Q = \left[\frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3 \cdot (\rho_{ac} - \rho_{ai}) \cdot g \right] \left(\frac{d}{V_e} \right)$	
13 $F_g - F_a + F_r - F_e = 0$	14 $Q = \left[\frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3 \cdot (\rho_{ac} - \rho_{ai}) \cdot g + 6 \cdot \pi \cdot r \cdot \eta \cdot v_a \right] \left(\frac{d}{V_a} \right)$	

- Como se observa, con la expresión **12** se puede determinar la carga de la gota; posteriormente, con la expresión **14** se puede determinar el voltaje solicitado, como se muestra a continuación:

$$\mathbf{12} \quad Q = \left[\frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3 \cdot (\rho_{ac} - \rho_{ai}) \right] \left(\frac{d}{V_e} \right) \Rightarrow Q = 1.1307 \times 10^{-18} [C]$$

$$\mathbf{14} \quad Q = \left[\frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3 \cdot (\rho_{ac} - \rho_{ai}) \cdot g + 6 \cdot \pi \cdot r \cdot \eta \cdot v_a \right] \left(\frac{d}{V_a} \right)$$

$$V_a = \left[\frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3 \cdot (\rho_{ac} - \rho_{ai}) \cdot g + 6 \cdot \pi \cdot r \cdot \eta \cdot v_a \right] \left(\frac{d}{Q} \right)$$

$$V_a = 2\,687.7510 [V]$$

2. En un experimento como el de Millikan, se necesita aplicar un campo eléctrico de intensidad 98000 [N·C⁻¹] para que una gota de aceite se quede estática. Si la fuerza de gravedad que se ejerce sobre la gota es de 109.9109x10⁻¹⁵ [N], determine cuántos electrones tiene en exceso la gota. Desprecie el efecto de la fuerza de Arquímedes.

Resolución:

- En este ejercicio se proporciona la intensidad del campo eléctrico E , y la fuerza de gravedad F_g que se ejerce sobre una gota de aceite que se mantiene estática ($F_r=0$); además, se pide que se desprecie la fuerza de Arquímedes ($F_a=0$); por lo tanto, considerando **I**, **II** y **III**, se tendrían los datos siguientes:

$$E = 98\,000 [N \cdot C^{-1}]$$

$$F_g = 109.9109 \times 10^{-15} [N]$$

$$e = 1.6022 \times 10^{-19} [C]$$

$$F_a = 0 [N]$$

$$F_r = 0 [N]$$

$$\# e = ?$$

- Considerando VIII, no se emplearían las ecuaciones **7-10** y **13-14**; por lo tanto, si se denotan en color azul los parámetros conocidos y en rojo los desconocidos, el **Formulario 4** quedaría como sigue:

1 $F_g = \frac{4}{3}\pi \cdot r^3 \cdot \rho_{ac} \cdot g$	2 $F_a = \frac{4}{3}\pi \cdot r^3 \cdot \rho_{ai} \cdot g$	3 $F_r = 6\pi \cdot r \cdot \eta \cdot v_t$
4 $F_e = Q \cdot E$	5 $F_e = Q \cdot \frac{V}{d}$	6 $Q = N \cdot e$
11 $F_g - F_a - F_e = 0$	12 $Q = \left[\frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3 \cdot (\rho_{ac} - \rho_{ai}) \cdot g \right] \left(\frac{d}{V_e} \right)$	

- En este caso, la expresión de equilibrio sería la **11**, pero como se conoce la F_g y la F_a , se sustituye la expresión **4** en la **11**; de tal forma que, se obtiene una expresión para determinar la carga de la gota en términos de los parámetros conocidos, como se muestra a continuación:

$$\begin{array}{l}
 \text{11 } F_g - F_a - F_e = 0 \\
 \text{4 } F_e = Q \cdot E
 \end{array}
 \Rightarrow F_g - Q \cdot E = 0 \Rightarrow Q = \frac{F_g}{E}$$

$$Q = 1.1215 \times 10^{-18} [C]$$

- Por otro lado, considerando **IV** y utilizando la expresión **6**, se puede determinar la cantidad de electrones N , que tiene en exceso la gota, como se muestra a continuación:

$$\text{6 } Q = N \cdot e \Rightarrow N = \frac{Q}{e}$$

$$N = 7$$

3. En un experimento como el de Millikan, una gota de aceite con 14 electrones en exceso cae libremente a una velocidad $v_1 = 7 \times 10^{-5} \text{ [m} \cdot \text{s}^{-1}]$. Determine la diferencia de potencial que debe de aplicarse para que la gota ascienda a un séptimo de v_1 . Las condiciones de trabajo fueron las siguientes: diferencia de densidades, $855.0 \text{ [kg} \cdot \text{m}^{-3}]$; viscosidad del aire, $1.83 \times 10^{-5} \text{ [kg} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}]$; aceleración gravitatoria, $9.78 \text{ [m} \cdot \text{s}^{-2}]$; distancia entre placas metálicas, 0.006 [m] .

Resolución:

- En este ejercicio inicialmente una gota de aceite se encuentra en caída libre, pero se desea que ascienda a cierta velocidad v_a , y se pide determinar el potencial V_a necesario para que ello suceda; así, considerando **I**, **II** y **III** se tendrían los datos siguientes:

$$Q = 14e = 2.2430 \times 10^{-18} \text{ [C]}$$

$$e = 1.6022 \times 10^{-19} \text{ [C]}$$

$$v_{cl} = v_I = 7 \times 10^{-5} \text{ [m}\cdot\text{s}^{-1}\text{]}$$

$$v_a = (1/7)v_{cl} = 1 \times 10^{-5} \text{ [m}\cdot\text{s}^{-1}\text{]}$$

$$(\rho_{ac} - \rho_{ai}) = 855 \text{ [kg}\cdot\text{m}^{-3}\text{]}$$

$$\eta = 1.83 \times 10^{-5} \text{ [kg}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{s}^{-1}\text{]}$$

$$g = 9.78 \text{ [m}\cdot\text{s}^{-2}\text{]}$$

$$d = 0.006 \text{ [m]}$$

$$V_a = ?$$

- Considerando **VI** y **IX**, no se emplearían las ecuaciones **9-12**; por lo tanto, si se denotan en color azul los parámetros conocidos y en rojo los desconocidos, el **Formulario 4** quedaría como sigue:

1 $F_g = \frac{4}{3}\pi \cdot r^3 \cdot \rho_{ac} \cdot g$	2 $F_a = \frac{4}{3}\pi \cdot r^3 \cdot \rho_{ai} \cdot g$	3 $F_r = 6\pi \cdot r \cdot \eta \cdot v_t$
4 $F_e = Q \cdot E$	5 $F_e = Q \cdot \frac{V}{d}$	6 $Q = N \cdot e$
7 $F_g - F_a - F_r = 0$	8 $r = \sqrt{\frac{9 \cdot \eta \cdot v_{cl}}{2 \cdot (\rho_{ac} - \rho_{ai}) \cdot g}}$	
13 $F_g - F_a + F_r - F_e = 0$	14 $Q = \left[\frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3 \cdot (\rho_{ac} - \rho_{ai}) \cdot g + 6 \cdot \pi \cdot r \cdot \eta \cdot v_a \right] \left(\frac{d}{V_a} \right)$	

- Como se observa, con la expresión **8** se puede determinar la carga de la gota; posteriormente, con la expresión **14** se puede determinar el voltaje solicitado, como se muestra a continuación:

$$12 \quad r = \sqrt{\frac{9 \cdot \eta \cdot v_{cl}}{2 \cdot (\rho_{ac} - \rho_{ai}) \cdot g}} \Rightarrow r = 8.3026 \times 10^{-7} \text{ [m]}$$

$$14 \quad Q = \left[\frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3 \cdot (\rho_{ac} - \rho_{ai}) \cdot g + 6 \cdot \pi \cdot r \cdot \eta \cdot v_a \right] \left(\frac{d}{V_a} \right)$$

$$V_a = \left[\frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3 \cdot (\rho_{ac} - \rho_{ai}) \cdot g + 6 \cdot \pi \cdot r \cdot \eta \cdot v_a \right] \left(\frac{d}{Q} \right)$$

$$V_a = 61.2904 \text{ [V]}$$

4. Al realizar el experimento de Millikan de la gota estática, se obtuvieron los radios (r) de diferentes gotas de aceite, que aparecen a continuación:

Gota	1	2	3	4	5	6	7
r [m]x10 ⁶	1.7160	1.8485	2.0688	2.1623	2.3324	2.4056	2.4758

Considere los datos siguientes:

Aceleración gravitatoria: 9.81 [m·s⁻²]

Diferencia de densidades: 898.8 [kg·m⁻³]

Distancia entre las placas: 0.016 [m]

Diferencia de potencial: 4550 [V]

Calcule el valor de la carga eléctrica fundamental que se deriva de este experimento.

Resolución:

- En este ejercicio se tienen siete gotas de aceite, cada una con diferente radio, pero todas se mantienen estáticas con el mismo voltaje; por lo tanto, considerando **I**, **II** y **III** se tendrían los datos siguientes:

$$g = 9.81 \text{ [m·s}^{-2}\text{]}$$

$$(\rho_{ac} - \rho_{ai}) = 898.8 \text{ [kg·m}^{-3}\text{]}$$

$$d = 0.016 \text{ [m]}$$

$$V_e = 4550 \text{ [V]}$$

r [m] x 10 ⁶	1.7160	1.8485	2.0688	2.1623	2.3324	2.4056	2.4758
---------------------------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------

$$V_a = ?$$

- En este ejercicio se tienen siete gotas de aceite, cada una con diferente radio, pero todas se mantienen estáticas con el mismo voltaje; por lo tanto, considerando **VIII**, no se emplearían las ecuaciones **7-10**, ni **13-14**; de tal forma que, si se denotan en color azul los parámetros conocidos y en rojo los desconocidos, el **Formulario 4** quedaría como sigue:

1 $F_g = \frac{4}{3} \pi \cdot r^3 \cdot \rho_{ac} \cdot g$	2 $F_a = \frac{4}{3} \pi \cdot r^3 \cdot \rho_{ai} \cdot g$	3 $F_r = 6\pi \cdot r \cdot \eta \cdot v_t$
4 $F_e = Q \cdot E$	5 $F_e = Q \cdot \frac{V}{d}$	6 $Q = N \cdot e$
11 $F_g - F_a - F_r = 0$	12 $Q = \left[\frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3 \cdot (\rho_{ac} - \rho_{ai}) \cdot g \right] \left(\frac{d}{V_e} \right)$	

- Como se observa, con la expresión **12** se puede determinar la carga de cada gota empleando los diferentes radios, obteniéndose los resultados siguientes:

Gota	1	2	3	4	5	6	7
Q [C] x 10 ¹⁹	6.5626	8.2032	11.4996	13.1303	16.4792	18.0800	19.7095

- A continuación, considerándose **X-i**, se divide cada una de las cargas entre la carga de la gota 1 por ser la más pequeña, obteniéndose los resultados siguientes:

Gota	1	2	3	4	5	6	7
Q/Q_p	1.0000	1.2499	1.7522	2.0007	2.5110	2.7550	3.0033

- A continuación, considerándose **X-ii**, se ensaya con diferentes valores, para encontrar un número entero N que multiplicado por cada uno de los cocientes anteriores, dé como resultado números enteros o lo más cercanos a enteros; en este caso el valor encontrado es 4, ya que permite obtener los siguientes valores de N :

Gota	1	2	3	4	5	6	7
$(Q/Q_p)*4$	4.0000	4.9996	7.0088	8.0028	10.0440	11.0200	12.0132
N	4	5	7	8	10	11	12

- Estos valores de N corresponden a los electrones en exceso que tiene cada gota; por ello, considerando **X-iii**, se divide cada una de las cargas entre su correspondiente valor de N , para obtener los resultados siguientes:

Gota	1	2	3	4	5	6	7
$(Q/N) \times 10^{19} [C]$	1.6405	1.6406	1.6428	1.6412	1.6479	1.6436	1.6424

- Finalmente, se obtiene el promedio de estos últimos valores y dicho promedio corresponde a la carga eléctrica fundamental que se puede obtener de este experimento.

$$e = 1.6427 \times 10^{-19} [C]$$