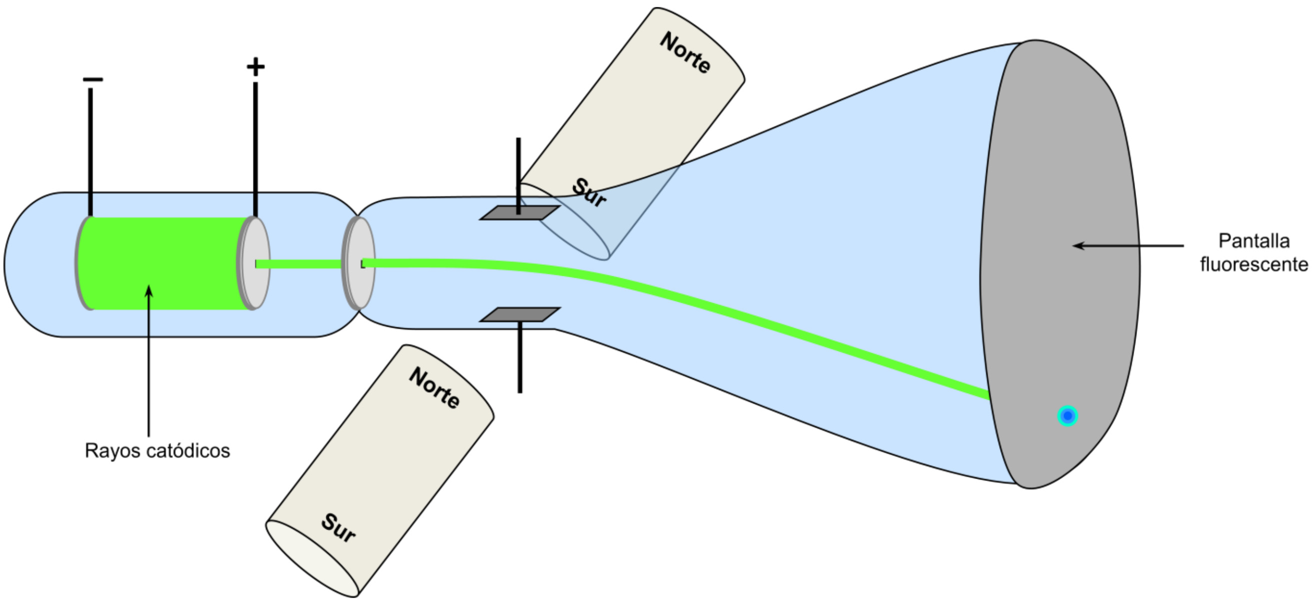
“DESCUBRIMIENTO DEL ELECTRÓN”

Desarrollo matemático:

Para realizar sus mediciones, Thomson diseñó un tubo de rayos catódicos en el cual se podían tener el campo eléctrico y el campo magnético, actuando al mismo tiempo. Cuando actúa solamente el campo magnético, el haz de rayos catódicos se desvía hacia abajo, incidiendo en la pantalla fluorescente como se muestra en la figura siguiente:



El haz de rayos catódicos se desvía hacia abajo, debido a que está constituido por partículas cargadas negativamente, que al pasar por el campo magnético se ven sometidas a una fuerza magnética denominada también fuerza de Lorentz, cuya expresión matemática es la siguiente:

$$\boldsymbol{F_m = q \cdot v \cdot B \cdot sen\theta}$$

Donde:

$\boldsymbol{F_m}$ = Fuerza magnética que actúa sobre la partícula

$\boldsymbol{q}$ = Carga eléctrica de la partícula

$\boldsymbol{v}$ = Velocidad de la partícula

$\boldsymbol{B}$ = Intensidad del campo magnético que atraviesa la partícula

$\boldsymbol{\theta}$ = Ángulo que forman la trayectoria de la partícula y las líneas de flujo del campo magnético

Cuando el ángulo θ es de 90º, la ecuación anterior puede escribirse de la forma siguiente:

$$\boldsymbol{F_m = q \cdot v \cdot B} \qquad \textbf{(1)}$$

Como los rayos catódicos tienen un movimiento circular dentro del campo magnético, experimentan una fuerza centrípeta cuya magnitud es:

$$F_c = m \cdot a_c$$

Donde:

$m =$ Masa del electrón

$a_c =$ Aceleración centrípeta

La aceleración centrípeta se puede expresar como:

$$a_c = \frac{v^2}{r}$$

Donde:

r = Radio de curvatura de los rayos catódicos

por lo tanto,

$$F_c = \frac{m \cdot v^2}{r} \qquad \textbf{(2)}$$

Debido a que la única fuerza que actúa sobre las cargas se debe al campo magnético, entonces, $F_m = F_c$, de tal forma que las ecuaciones **(1)** y **(2)** se igualan para obtener la expresión siguiente:

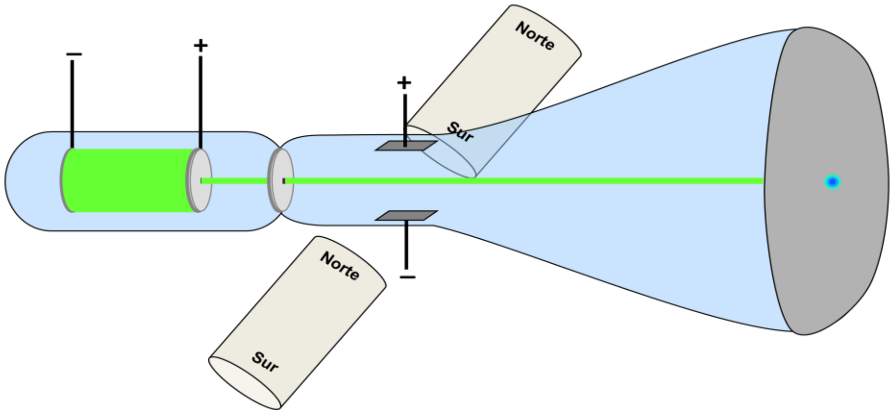
$$q \cdot B = \frac{m \cdot v}{r}$$

de donde se obtiene:

$$\frac{q}{m} = \frac{v}{B \cdot r} \qquad \textbf{(3)}$$

Esta expresión podría emplearse para determinar el valor de $\frac{q}{m}$, ya que mediante instrumentos de medición se puede determinar directamente el valor de B y de r; sin embargo, no se puede determinar directamente la velocidad de los rayos catódicos ya que éstos son muy pequeños y se mueven a grandes velocidades (aproximadamente un décimo de la velocidad de la luz en el vacío).

Para determinar indirectamente la velocidad de los rayos catódicos, se aplica el campo eléctrico imponiendo una diferencia de potencial entre dos placas metálicas paralelas dispuestas de tal forma que generan un campo eléctrico simultáneamente perpendicular a la trayectoria de los rayos catódicos y a las líneas de flujo del campo magnético. De esta manera, al ir aumentando la diferencia de potencial entre las placas, el haz de electrones va recuperando su trayectoria recta, y de hecho la recupera cuando se iguala la fuerza eléctrica con la fuerza magnética, como se muestra en el la figura siguiente:



La fuerza eléctrica, $\boldsymbol{F_e}$, que se ejerce sobre los rayos catódicos está definida por la expresión matemática siguiente:

$$\boldsymbol{F_e = q \cdot E} \qquad \textbf{(4)}$$

Donde, $\boldsymbol{E}$, es la intensidad del campo eléctrico aplicado.

Al igualar la $\boldsymbol{F_m}$ con la $\boldsymbol{F_e}$, se obtiene la expresión para determinar la velocidad de los rayos catódicos:

$$\boldsymbol{v = \frac{E}{B}} \qquad \textbf{(5)}$$

Como se puede apreciar, para determinar el valor de $\boldsymbol{\frac{q}{m}}$, Thomson, primero aplicó un campo magnético de intensidad conocida y determinó el radio de curvatura del haz. Posteriormente, aplicó el campo eléctrico y lo fue aumentando hasta que el haz recuperó su trayectoria recta, entonces determinó la intensidad del campo eléctrico aplicado; finalmente, empleando las expresiones **5** y **3**, determinó el valor de $\boldsymbol{\frac{q}{m}}$.

Cuando sólo actúa el campo magnético, también se puede determinar la velocidad de los rayos catódicos; para ello, se debe considerar que una partícula cargada que es acelerada por una diferencia de potencial, adquiere una energía cinética. En el caso de los rayos catódicos, previamente se había establecido que eran partículas cargadas negativamente, que salen despedidas del cátodo y se dirigen hacia el ánodo; es decir, que son aceleradas por la diferencia de potencial entre el ánodo y el cátodo, adquiriendo una cierta energía cinética. De esta forma, la expresión para la energía cinética ($\boldsymbol{E_C}$) adquirida por los rayos catódicos es la siguiente:

$$\boldsymbol{E_C = q \cdot V}$$

Donde, $\boldsymbol{V}$, es la diferencia de potencial entre el ánodo y el cátodo.

Como es bien sabido, la energía cinética de una partícula, también se puede determinar con la expresión siguiente:

$$\boldsymbol{E_C = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2}$$

Igualando las dos expresiones anteriores y reacomodando los términos, se obtiene la expresión siguiente:

$$\frac{q}{m} = \frac{v^2}{2 \cdot V} \qquad \textbf{(6)}$$

De esta expresión, se puede despejar la velocidad obteniéndose:

$$v = \sqrt{2 \cdot V \cdot \left(\frac{q}{m}\right)} \qquad \textbf{(7)}$$

Sustituyendo **(7)** en la ecuación **(3)**, se obtiene la expresión matemática siguiente:

$$\frac{q}{m} = \frac{2 \cdot V}{(r \cdot B)^2} \qquad \textbf{(8)}$$

Con la expresión **(8)**, se puede determinar el valor de la relación $\frac{q}{m}$ ya que se encuentra en términos de parámetros medibles.

Adicionalmente a lo anterior, si el campo magnético, B, es generado por un par de bobinas de Helmholtz, su intensidad se determina con la expresión matemática que aparece a continuación, la cual se puede hallar en cualquier texto elemental de electricidad y magnetismo.

$$B = \frac{N \cdot \mu_0 \cdot I}{\left(\frac{5}{4}\right)^{3/2} \cdot a} \qquad \textbf{(9)}$$

Donde:

N = Número de espiras en cada bobina.

μ_0 = Permeabilidad magnética del vacío = $4\pi x 10^{-7}$ [T·m·A^{-1}]

I = Intensidad de la corriente eléctrica que circula por las bobinas

a = Radio de las bobinas de Helmholtz

Finalmente, sustituyendo la ecuación **(9)** en **(8)** se obtiene la expresión matemática siguiente:

$$\frac{q}{m} = \frac{2 \cdot V \cdot \left(\frac{5}{4}\right)^3 \cdot a^2}{(N \cdot \mu_0 \cdot I \cdot r)^2} \qquad \textbf{(10)}$$

Que también nos sirve para calcular el valor de la relación $\frac{q}{m}$ de los electrones.