FACULTAD DE INGENIERÍA
DIVISIÓN DE CIENCIAS BÁSICAS
COORDINACIÓN DE CIENCIAS APLICADAS
DEPARTAMENTO DE PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA

Semestre: 2017-1

SERIE TEMA III
VARIABLES ALEATORIAS

1. Suponga que la pintura empleada para la impresión de las calcomanías vehiculares debe someterse a 3 pruebas de calidad, los resultados de cada prueba son independientes unos de otros. En cada prueba el resultado posible es: “pasa” (con probabilidad de ocurrencia de 0.9) o “no pasa” (con probabilidad de ocurrencia de 0.1). Si X es la variable aleatoria que representa el número de pruebas que “no pasa” cualquier pintura que es sometida a las pruebas de calidad, obtenga:
a) El rango de valores de la variable aleatoria X.
b) La función de probabilidad de la variable aleatoria X.

2. *Retomando el enunciado del ejercicio 1*: … una vez que la pintura seleccionada es sometida a las pruebas de calidad, se observan los resultados de las 3 pruebas y si en alguna de las pruebas realizadas el resultado fue: “No pasa”, la pintura es rechazada para su venta.
Complete los siguientes enunciados:
a) *La pintura seleccionada será rechazada para su venta si la variable aleatoria X, toma los valores de:__________________________.*
b) *Por lo tanto, la probabilidad de que la pintura seleccionada sea rechazada para su venta es:____.*

3. A continuación se presentan tres supuestas distribuciones de probabilidad:

X	f(x)
0	0.2
1	0.6
2	0.1
3	0.3

(i)

X	f(x)
0	0.2
1	0.6
2	-0.1
3	0.3

(ii)

X	f(x)
0	0.2
1	0.4
2	0.1
3	0.3

(iii)

a) Para cada una de ellas, verifique si se satisfacen o no las propiedades que toda distribución de probabilidad debe cumplir e indique cuál de ellas realmente es una distribución de probabilidad.
b) Para la distribución que realmente es una distribución de probabilidad, construya su gráfica y obtenga su función de distribución acumulada.

4. Un restaurante ha observado lo siguiente acerca de su demanda de bebidas: 35% de los pedidos son de café, 50% son de refresco, 10% son de té y 5% son de agua embotellada. Los precios de cada bebida son: $25, $30, $15 y $20, respectivamente.
a) Obtenga la función de probabilidad de la variable aleatoria X que representa el precio de una bebida en dicho restaurante.
b) Obtenga el valor que se espera que una persona pague por una bebida en ese restaurante.
c) Calcule el valor de la varianza del precio de una bebida en dicho restaurante.

5. La cantidad de automóviles vendidos el día sábado por el agente estrella de una agencia automotriz es una variable aleatoria con la siguiente función de distribución acumulada:

x	0	1	2	3	4
F(x)	0.10	0.30	0.60	0.90	1.00

Obtenga lo siguiente:
a) La probabilidad de que el agente venda: solo 2 autos.
b) La probabilidad de que el agente venda: uno o tres autos.
c) La probabilidad de que el agente venda: por lo menos 3 autos.
d) El número de autos que se espera venda el agente en un día sábado.

6. Diga si la siguiente función es una función de densidad y justifique su respuesta**:**

$$f(x) = \begin{cases} 0.05x\,;\ 0 \le x \le 20 \\ 0\,;\ en\ otro\ caso \end{cases}$$

7. El tiempo de reparación en horas de cierta cortadora de papel sigue la función de densidad: $f(x) = \begin{cases} e^{-x} & ; \quad x \ge 0 \\ 0 & ; \quad en\ otro\ caso \end{cases}$

a) Indique el tiempo que se espera dure la reparación de la cortadora de papel.
b) Encuentre la probabilidad de que el tiempo de reparación de la cortadora sea mayor a 2 horas.
c) Encuentre la probabilidad de que el tiempo de reparación de la cortadora sea exactamente de una hora.
d) Obtenga la función de distribución acumulada del tiempo de reparación en horas de la cortadora de papel.

Empleando la función de distribución acumulada obtenga la probabilidad de que:

e) El tiempo de reparación de la cortadora sea mayor a media hora.
f) El tiempo de reparación de la cortadora sea menor a 3 horas.
g) El tiempo de reparación de la cortadora sea de 2 a 3 horas.

8. Suponga que el error en la temperatura de reacción (en grados Celsius), para un experimento de laboratorio es una variable aleatoria X que tiene la función de densidad:

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{8} + \dfrac{3x}{8} & ; \ 0 \leq x \leq 2 \\ 0 & ; \ en\ otro\ caso \end{cases}$$

a) Construya la gráfica de la función de densidad.

b) Obtenga el valor promedio del error en la temperatura de reacción del experimento.

c) Si el error en la temperatura de reacción del experimento genera una pérdida de: 100+X pesos si X<1 y 200+5x si X≥1, entonces, obtenga la pérdida que se espera tener al realizar el experimento.

d) Obtenga la desviación estándar de la variable aleatoria X.

9. Suponga que el número de clientes que llegan a una de las cajas de un restaurante de comida rápida entre las 12:00 y las 12:30 hrs. de cualquier día martes tiene la siguiente distribución de probabilidad:

x	4	5	6
f(x)	1/4	2/4	1/4

Para la variable aleatoria X obtenga:

a) El valor de la moda y de la mediana.
b) El coeficiente de variación.
c) El valor del coeficiente de sesgo.
d) El valor del coeficiente de curtosis.

10. Sea X la variable aleatoria que denota la vida en horas de cierto componente electrónico, su función de densidad de probabilidad es:

$$f(x) = \begin{cases} 0 & si \quad x < 10 \\ \dfrac{a}{x^2} & si \quad x \geq 10 \end{cases}$$

Para la variable aleatoria X, obtenga:

a) Obtenga el valor de la constante a para que $f(x)$ sea una función de probabilidad.
b) El valor de la media, la mediana y la moda.
c) El valor de la variancia.
d) El valor del coeficiente de curtosis y el valor del coeficiente de sesgo, así como el significado de cada uno de ellos.