

	<b>Manual de prácticas del Laboratorio de Mecánica Experimental</b>	Código:	MADO-04
		Versión:	01
		Página	35/49
		Sección ISO	7.3
		Fecha de emisión	6 de junio de 2016
Secretaría/División: División de Ciencias Básicas		Área/Departamento: Laboratorio de Mecánica Experimental	
La impresión de este documento es una copia no controlada			

## Práctica 6

### Movimientos rectilíneo y parabólico

#### Introducción

En esta práctica se pretende integrar los fenómenos de movimiento en el plano inclinado, el concepto de fricción seca y el tiro parabólico, para realizar un estudio experimental de la mecánica newtoniana de interés para el participante.

#### 1 Objetivos

- 1 Determinar experimentalmente el valor numérico del coeficiente de fricción cinética entre dos superficies en contacto, mediante el empleo de la segunda ley de Newton.
- 2 Cuantificar indirectamente la rapidez instantánea de un cuerpo al final de la trayectoria rectilínea de un plano inclinado, por medio del análisis de los movimientos:
  - a) rectilíneo uniformemente variado;
  - b) tiro parabólico.
- 3 Determinar los vectores velocidad, tangente unitario, normal unitario, aceleraciones tangencial y normal, efectuando operaciones vectoriales con Maple Clásico.
- 4 Realizar el análisis numérico y la presentación de resultados por medio de gráficas generadas con Maple Clásico.

#### 2 Elementos conceptuales

- a) Coeficiente de fricción cinética
- b) movimiento rectilíneo uniformemente variado
- c) tiro parabólico
- d) vector unitario tangencial y normal
- e) aceleraciones tangencial y normal
- f) radio de curvatura.

#### 3 Equipo empleado

- 1 Rampa de laminado plástico
- 2 marco metálico
- 3 pelota de golf
- 4 flexómetro
- 5 papel carbón
- 6 plomada.

#### 4 Desarrollo

- 4.1 Con el equipo mencionado en el punto anterior, arme la configuración que se muestra en la Figura 1.

	<b>Manual de prácticas del Laboratorio de Mecánica Experimental</b>	Código:	MADO-04
		Versión:	01
		Página	36/49
		Sección ISO	7.3
		Fecha de emisión	6 de junio de 2016
Secretaría/División: División de Ciencias Básicas		Área/Departamento: Laboratorio de Mecánica Experimental	
La impresión de este documento es una copia no controlada			

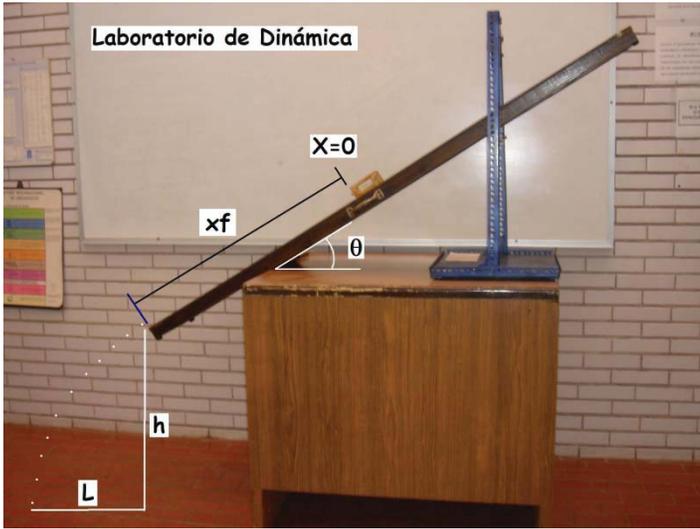


Figura 1 Configuración de la práctica.

4.2 Mida el ángulo  $\theta$  que forma la rampa de laminado plástico con respecto a la horizontal, por medio de la medición de los catetos de un triángulo rectángulo formado por la rampa, la mesa y una vertical. Asimismo, mida la altura  $h$  a la que se encuentra el extremo inferior de la rampa con respecto al piso.

$\theta =$  \_\_\_\_\_ (en grados sexagesimales)

$h =$  \_\_\_\_\_ (en metros).

A continuación, coloque la moneda en la posición que se indica, a una distancia  $xf$  (se sugiere mayor de un metro), y suéltela para que deslice sobre el plano hasta que alcance su extremo inferior. Procure que la zona por donde se deslice la moneda sea uniforme y sin irregularidades, con objeto de asegurar aproximadamente un mismo coeficiente de fricción en toda la trayectoria. Después de que la moneda abandone el plano en este punto,

podrá observar que su movimiento corresponde a un tiro parabólico, en el que su velocidad de salida  $\bar{v}$  y su alcance horizontal  $L$ , dependerán de la distancia  $xf$  a la cual se soltó la moneda y, por último, mida el alcance horizontal  $L$ .

4.3 Repita el experimento anterior diez veces, para una misma distancia  $xf$  de manera que pueda llenar la tabla siguiente:

$xf =$  \_\_\_\_\_ m

$L_1$	$L_2$	$L_3$	$L_4$	$L_5$	$L_6$	$L_7$	$L_8$	$L_9$	$L_{10}$

Aclaración importante:

Se deberá tener cuidado de no mover la rampa cuando se realice el experimento, con el propósito de conservar constante tanto el ángulo  $\theta$  como la altura  $h$ ; por otro lado, el ángulo que se deberá seleccionar tendrá que ser mayor que el ángulo de reposo, ya que de lo contrario no podrá deslizar la moneda sobre el plano.

4.4 Ahora, disminuya el ángulo que forma la rampa de laminado plástico con la horizontal, de manera que sea menor de  $15^\circ$ . Para lograrlo, se recomienda colocar el bastidor azul en posición horizontal, de manera que al apoyar la rampa sobre la parte más alta de su base, se logre el ángulo mencionado. Verifique su valor con base en una medición similar al que realizó en el punto 3.2, así como

	<b>Manual de prácticas del Laboratorio de Mecánica Experimental</b>	Código:	MADO-04
		Versión:	01
		Página	37/49
		Sección ISO	7.3
		Fecha de emisión	6 de junio de 2016
Secretaría/División: División de Ciencias Básicas		Área/Departamento: Laboratorio de Mecánica Experimental	
La impresión de este documento es una copia no controlada			

la altura  $h$  a la que se encuentra el extremo inferior de la rampa con respecto al piso.

$\theta =$  \_\_\_\_\_ (en grados sexagesimales)

$h =$  \_\_\_\_\_ (en metros).

Finalmente, coloque la bola de golf sobre la rampa, en una posición a menos de un metro medido a partir su extremo inferior, y suéltela, con objeto de realizar diez veces la medición del punto de impacto de la bola con el piso, de forma similar al experimento realizado con la moneda de diez pesos. Registre sus resultados en la tabla que se proporciona.

$x_f =$  \_\_\_\_\_ m

$L_1$	$L_2$	$L_3$	$L_4$	$L_5$	$L_6$	$L_7$	$L_8$	$L_9$	$L_{10}$

## 5 Informe

### Parte 1 Deducción de modelos matemáticos

5.1 Dibuje el diagrama de cuerpo libre de la moneda:

- cuando se mueve sobre el plano;
- después de abandonar al plano.

5.2 Con base en el inciso a) del punto anterior, aplique la segunda ley de Newton y verifique que la magnitud de la aceleración cuando la moneda se mueve sobre el plano inclinado está dada por la ecuación:

$$|\bar{a}_p| = g(\sin \theta - \mu \cos \theta) \quad (1.1)$$

Del mismo modo, demuestre que la magnitud de la aceleración del tiro parabólico inmediatamente después de abandonar el plano, está dada por:

$$|\bar{a}_p| = g \quad (1.2)$$

y está orientada hacia abajo.

5.3 Con base en la ecuación 1.1 y con base en la consideración de que en  $x = 0$  se tiene  $v = 0$ , verifique que la rapidez de la moneda para cualquier valor de  $x > 0$ , está dada por la expresión:

$$v = \sqrt{2 g x (\sin \theta - \mu \cos \theta)} \quad (1.3)$$

5.4 Con base en la ecuación 1.2, y localizando un marco de referencia cartesiano  $xy$  cuyo origen esté fijo en el extremo inferior del plano, y con orientaciones positivas del eje  $x$  hacia la izquierda (con base en la figura del inciso 4.1) y eje  $y$  hacia arriba, demuestre que las propiedades cinemáticas del cuerpo, desde que abandona el plano hasta que choca contra el piso, están dadas por las ecuaciones vectoriales:

$$\begin{aligned} \bar{a}_p &= -g \hat{j} \\ \bar{v} &= (v_0 \cos \theta) \hat{i} - (gt + v_0 \sin \theta) \hat{j} \\ \bar{r} &= (v_0 t \cos \theta) \hat{i} - \left( \frac{1}{2} g t^2 + v_0 t \sin \theta \right) \hat{j} \end{aligned}$$

Estas ecuaciones son válidas para  $t \geq 0$ , considerando que en  $t = 0$  la moneda, abandona justamente el extremo inferior del plano inclinado.

	<b>Manual de prácticas del Laboratorio de Mecánica Experimental</b>	Código:	MADO-04
		Versión:	01
		Página	38/49
		Sección ISO	7.3
		Fecha de emisión	6 de junio de 2016
Secretaría/División: División de Ciencias Básicas		Área/Departamento: Laboratorio de Mecánica Experimental	
La impresión de este documento es una copia no controlada			

5.5 A partir de las ecuaciones anteriores y conocidos el ángulo  $\theta$ , la altura  $h$  y el alcance  $L$ , verifique que la rapidez de salida de la moneda del plano inclinado está dada por la expresión:

$$v_0 = \frac{L}{\cos\theta} \sqrt{\frac{g}{2(h - L \tan\theta)}} \quad (1.4)$$

5.6 Dado que la rapidez de la moneda en el momento de abandonar el plano, puede ser calculada con la ecuación 1.3 ó 1.4, demuestre que el coeficiente de fricción cinética  $\mu$  en términos de variables conocidas, está dado por la ecuación:

$$\mu = \tan\theta - \frac{L^2}{(h - L \tan\theta)(4xf \cos^3\theta)} \quad (1.5)$$

5.7 Escriba las razones por las cuales todas las ecuaciones anteriores son aplicables también a los movimientos que tiene la bola de golf.

## Parte 2 Presentación de resultados

Realice todos los puntos siguientes, tanto para la moneda de diez pesos como para la bola de golf con Maple Clásico, incluyendo las gráficas correspondientes.

5.8 Con el valor promedio de  $L$  correspondiente a las tablas obtenidas y los valores registrados de  $\theta$ ,  $h$  y  $xf$ , calcule con la ecuación 1.5 el coeficiente de fricción cinética entre la moneda y el plano,  $\mu_m$ , y entre la bola de golf y el plano,  $\mu_b$ .

$$\mu_m = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\mu_b = \underline{\hspace{2cm}}.$$

5.9 Con los valores de  $\mu$ ,  $\theta$ ,  $h$ ,  $L$  y  $xf$ , determine la rapidez de la moneda y de bola de golf en el momento de abandonar el plano, a partir de:

a) la ecuación 1.3,  $v_0 = \underline{\hspace{2cm}}$

b) la ecuación 1.4,  $v_0 = \underline{\hspace{2cm}}.$

y con los valores obtenidos, calcule el porcentaje de diferencia que tienen estas dos cantidades, por medio de la ecuación:

$$\%D = \frac{|v_0 - v|}{v_0} \times 100 \quad \%D = \underline{\hspace{2cm}}.$$

5.10 Si en  $t = 0$ , se suelta la moneda o la bola de golf sobre el plano, determine el tiempo  $t_1$  en el que lo abandona, así como también, el instante  $t_2$  en el que choca contra el piso.

$$t_1 = \underline{\hspace{2cm}} \quad t_2 = \underline{\hspace{2cm}}.$$

5.11 Determine la distancia  $xf_2$  a la que se requiere soltar la moneda sobre el plano inclinado, de manera que el alcance horizontal sea la mitad del estimado,  $L/2$ .

5.12 Obtenga las siguientes gráficas

a) la magnitud de la aceleración, teniendo como dominio el vector  $t=[0, t_2]$ ;

b) la rapidez, teniendo como dominio el vector  $t=[0, t_2]$ ; para su trazo, primero establezca un intervalo de tiempo  $t_p$  de 0 a  $t_1$ , y a partir de la expresión 1.1 obtenga el vector de rapidez en el plano inclinado,  $v_p$ , en función de  $t_p$ ; posteriormente, a partir de la expresión de la velocidad para el tiro parabólico, obtenga la rapidez en dicho tiro,  $v_t$ , como la

	<b>Manual de prácticas del Laboratorio de Mecánica Experimental</b>	Código:	MADO-04
		Versión:	01
		Página	39/49
		Sección ISO	7.3
		Fecha de emisión	6 de junio de 2016
Secretaría/División: División de Ciencias Básicas		Área/Departamento: Laboratorio de Mecánica Experimental	
La impresión de este documento es una copia no controlada			

magnitud de la velocidad citada, para un rango de tiempo de  $0$  a  $t_2 - t_1$ ;

c) la rapidez, teniendo como dominio el vector  $[0, xf]$ .

5.13 A partir de la expresión vectorial de la velocidad del cuerpo en el tiro parabólico, obtenga los vectores tangente y normal unitario.

Cuantifique su valor para el caso de la moneda, cuando está a punto de chocar contra el suelo.

5.14 Asimismo, determine los vectores aceleración tangencial y aceleración normal, así como el radio de curvatura de la trayectoria de la moneda, cuando está a punto de chocar contra el piso.

## 6 Conclusiones, sugerencias y comentarios

---



---



---

## 7 Bibliografía

- 1 Spiegel. M., **Mecánica teórica**, Serie Schaum, Editorial McGraw–Hill, México, 1976.
- 2 Beer F. P. Johnston Jr. E. R. & Mazurek D. F., **Mecánica Vectorial para Ingenieros, Estática**, 10ª edición, Editorial McGraw–Hill, México, 2013.

*Hugo Serrano Miranda  
Yukihiro Minami Koyama*