

	Manual de prácticas del Laboratorio de Mecánica Experimental	Código:	MADO-04
		Versión:	01
		Página	23/49
		Sección ISO	7.3
		Fecha de emisión	6 de junio de 2016
Secretaría/División: División de Ciencias Básicas		Área/Departamento: Laboratorio de Mecánica Experimental	
La impresión de este documento es una copia no controlada			

Práctica 4 Centro de gravedad de un cuerpo tabular

Introducción

El centro de gravedad de un cuerpo es aquel punto teórico en el que se puede considerar que está concentrado el peso del mismo. Es el punto en el que actúa la fuerza resultante de las fuerzas gravitatorias que actúan sobre todas las partículas que constituyen al cuerpo.

Si se denota con G al centro de gravedad, su vector de posición con respecto a cualquier marco de referencia se puede determinar por medio de la expresión que establece la igualdad de los momentos que debe cumplirse para que dos sistemas de fuerzas sean equivalentes:

$$\bar{r}_G \times M \overline{g(r_G)} = \int_V \bar{r} \times \rho(\bar{r}) \overline{g(\bar{r})} dV$$

donde \bar{r}_G es el vector de posición del centro de gravedad, M es la masa total del cuerpo, $\overline{g(r_G)}$ es el vector de la aceleración del campo gravitatorio de la Tierra en el centro de gravedad, \bar{r} es el vector de posición de una partícula genérica del cuerpo, $\rho(\bar{r})$ es la densidad de dicha partícula genérica, $\overline{g(\bar{r})}$ es el vector de la aceleración del campo gravitatorio de la Tierra en la posición de la partícula genérica citada y el símbolo \int_V indica la integral en la región de volumen que ocupa el cuerpo.

Conviene mencionar que formalmente los conceptos de centro de gravedad, centro de

masa y centroide o centro geométrico son diferentes. Si se considera que el campo gravitatorio de la Tierra es constante en la región de volumen que ocupa el cuerpo, el centro de gravedad y el centro de masa coinciden, y su posición se puede obtener por medio de la expresión simplificada:

$$\bar{r}_G M = \int_V \bar{r} \rho(\bar{r}) dV$$

y si el cuerpo es homogéneo, entonces el centro de masa y el centroide del cuerpo son iguales, y dicha expresión se convierte en:

$$\bar{r}_G V = \int_V \bar{r} dV$$

donde V es el volumen total del cuerpo.

Finalmente, para el caso particular de cuerpos tabulares, que pueden definirse como aquéllos que tienen espesor constante, el centroide coincide con el centro de área de la figura plana que tiene el cuerpo, y su posición se puede determinar mediante la expresión:

$$\bar{r}_G A = \int_A \bar{r} dA$$

donde A es el área total del cuerpo.

Esta última expresión usualmente se convierte en dos ecuaciones escalares, con objeto de obtener por separado la abscisa y la ordenada del centroide del cuerpo, x_G y y_G . Dichas expresiones son las siguientes:

$$x_G = \frac{\int_A x dA}{A}$$

	Manual de prácticas del Laboratorio de Mecánica Experimental	Código:	MADO-04
		Versión:	01
		Página	24/49
		Sección ISO	7.3
		Fecha de emisión	6 de junio de 2016
Secretaría/División: División de Ciencias Básicas		Área/Departamento: Laboratorio de Mecánica Experimental	
La impresión de este documento es una copia no controlada			

$$y_G = \frac{\int_A y dA}{A}$$

En esta práctica se emplearán estas últimas expresiones para verificar teóricamente la ubicación del centro de gravedad del cuerpo involucrado.

1 Objetivos

- Diseñar un cuerpo tabular con ciertas características geométricas que faciliten la obtención de su centro de gravedad tanto experimental, como teórica y gráficamente.
- Fabricar con una tabla de madera de aproximadamente $\frac{3}{4}$ " de espesor, 19 mm, el cuerpo diseñado.
- Obtener el centro de gravedad de dicho cuerpo con base en dos métodos experimentales diferentes.
- Calcular el centro de gravedad del mismo cuerpo a partir de su descomposición en figuras planas primitivas (triángulos, rectángulos, círculos completos, semicírculos y cuartos de círculo) y con base en las expresiones teóricas.
- Realizar el modelo tridimensional del multicitado cuerpo con algún software gráfico, tal como AutoCad, Solid Edge o Katia, y determinar su centro de masa empleando los comandos adecuados.

2 Elementos conceptuales

- Modelo de cuerpo rígido
- fuerzas distribuidas
- fuerza concentrada equivalente
- centro de gravedad de un cuerpo
- centro de masa de un cuerpo
- centroide de un cuerpo.

3 Equipo y material empleado

tabla de madera de 0.40 x 0.25 m y $\frac{3}{4}$ " de espesor, proporcionada por el alumno
bloque, misma tabla, de 0.10 x 0.10 m, proporcionada por el alumno

- marco con base de madera y accesorios
- cuerdas con ganchos (2)
- dinamómetro de 10 N
- plomada
- flexómetro
- lápiz o marcador
- regla.

4 Preparación del cuerpo tabular

Diseñe un cuerpo tabular (espesor constante) que pueda fabricarse con una tabla de madera de aproximadamente 0.40 x 0.25 m y $\frac{3}{4}$ " de espesor, de manera que contenga, al menos, las siguientes características: uno, o un

	Manual de prácticas del Laboratorio de Mecánica Experimental	Código:	MADO-04
		Versión:	01
		Página	25/49
		Sección ISO	7.3
		Fecha de emisión	6 de junio de 2016
Secretaría/División: División de Ciencias Básicas		Área/Departamento: Laboratorio de Mecánica Experimental	
La impresión de este documento es una copia no controlada			

número non, de agujeros, preferentemente circulares, ubicados cerca de los extremos de la tabla; un cuarto de círculo o un semicírculo, un rectángulo o cuadrado; un triángulo. Los agujeros pueden ser también poligonales.

La figura plana que modela al cuerpo deberá poder subdividirse en figuras primitivas: círculos, triángulos, cuadrados, rectángulos, cuartos de círculo y semicírculos, y se establecerá el origen teórico en su esquina inferior izquierda, colocándola de forma que su mayor dimensión sea horizontal.

Para su fabricación, se recomienda emplear una caladora para los cortes rectos y de arcos de circunferencia con radio de 0.15 m o más, para los arcos de circunferencia menores se recomienda el empleo de un arco calador, y para los agujeros circulares herramientas especiales formados por una copa metálica cilíndrica y un mandril y que se operan mediante un taladro eléctrico. Se requerirá eliminar las imperfecciones de los cortes por medio de una lija para madera.

Luego de que ya esté fabricado el cuerpo tabular, mida el tamaño y la posición de todas las primitivas en las que se puede descomponer el mismo, y ajuste las dimensiones del plano diseñado originalmente, con objeto de disponer de las medidas reales de este objeto de estudio.

5 Determinación experimental del centro de gravedad del cuerpo

5.1 Coloque en la tabla dos armellas en el canto de uno de los lados largos, cerca de los extremos y a la mitad del espesor de esta tabla. Desde cada armella trace con un lápiz una perpendicular a dicho lado, y verifique que preferentemente no pase por huecos. Coloque una tercera armella centrada en el canto de uno de los lados cortos, también a la mitad del espesor.

5.2 Cuelgue la tabla en uno de los ganchos del marco para experimentos con poleas, de la armella colocada en su lado corto, coloque el hilo de una plomada en el punto de sujeción con el gancho y dibuje el segmento de recta que corresponda a la porción de dicha cuerda sobre la superficie de la tabla. Para facilitar el trazo de dicho segmento, se sugiere dibujar sólo el punto extremo inferior debajo del hilo de la plomada, y posteriormente luego de descolgar la tabla, trazar dicho segmento de recta. Dado que en este caso se puede aplicar el principio de un cuerpo en equilibrio sujeto a dos fuerzas, se puede asegurar que el centro de gravedad del cuerpo deberá estar contenido en dicho segmento.

5.3 Después, cuelgue la tabla de dos ganchos del mismo marco aprovechando las dos armellas colocadas en el lado largo del cuerpo, empleando para ello las dos cuerdas con ganchos. De forma similar al punto anterior, coloque el hilo de la plomada en cada uno de los puntos de sujeción con los

	Manual de prácticas del Laboratorio de Mecánica Experimental	Código:	MADO-04
		Versión:	01
		Página	26/49
		Sección ISO	7.3
		Fecha de emisión	6 de junio de 2016
Secretaría/División: División de Ciencias Básicas		Área/Departamento: Laboratorio de Mecánica Experimental	
La impresión de este documento es una copia no controlada			

ganchos y dibuje los segmentos de recta correspondientes sobre la superficie de dicha tabla. Asimismo, empleando el dinamómetro de 10 N, mida la tensión de cada una de las cuerdas sujetas en las armellas, teniendo cuidado de calibrar previamente el instrumento en la posición vertical en la que se colocará para realizar la medición.

5.4 Con objeto de verificar las magnitudes de las tensiones medidas en el punto anterior, mida la masa de la tabla con la báscula, y verifique que su peso es aproximadamente igual a la suma de las citadas tensiones.

5.5 Trace otro segmento de recta, ahora de un punto de uno de los dos segmentos paralelos trazados en el inciso 4.3 a un punto de la otra paralela, de manera que dicha recta se pueda trazar completa en la medida de lo posible, y que los puntos sobre las paralelas estén en extremos opuestos.

5.6 Ahora, a partir del punto de intersección de la paralela trazada desde la armella izquierda con el segmento indicado en el inciso anterior, mida a una escala conveniente una longitud proporcional a la tensión medida en la armella derecha.

5.7 De forma similar, a partir del punto de intersección de la paralela trazada desde la armella derecha con el mismo segmento citado, mida, en sentido contrario y a la misma escala, una longitud proporcional a la tensión medida en la armella izquierda.

5.8 Una los extremos de los segmentos que representan las tensiones indicadas. Por el punto de intersección de este último con el

trazado en el inciso 5.5, trace una paralela a las ya existentes. La intersección de este último segmento con el segmento trazado en el inciso 5.2 será la proyección sobre la superficie de la tabla del centro de gravedad, el cual se encontrará a la mitad del espesor del cuerpo.

5.9 Obtenga la masa por unidad de área (concepto similar al de densidad) del bloque de madera de 0.10 x 0.10 m. Finalmente, determine el área “sólida” de la tabla a partir de su masa total y el valor obtenido de su masa por unidad de área.

6 Cálculo teórico del centro de gravedad

6.1 Con el empleo de Maple Clásico y con base en las medidas reales del cuerpo tabular, calcule teóricamente las coordenadas x_G e y_G de su centro de gravedad, así como la medida de su área.

6.2 Para redondear los conceptos tratados en esta práctica, explique en qué fundamentos de la mecánica y de la geometría se basa el procedimiento gráfico explicado en los incisos 5.3, 5.5, 5.6, 5.7 y 5.8.

7 Determinación del centro de gravedad con software gráfico

7.1 Con base en las medidas reales del cuerpo tabular, trace su modelo tridimensional empleando algún software

	Manual de prácticas del Laboratorio de Mecánica Experimental	Código:	MADO-04
		Versión:	01
		Página	27/49
		Sección ISO	7.3
		Fecha de emisión	6 de junio de 2016
Secretaría/División: División de Ciencias Básicas		Área/Departamento: Laboratorio de Mecánica Experimental	
La impresión de este documento es una copia no controlada			

gráfico, tal como AutoCad, Solid Edge, NX o Katia.

7.2 Emplee el comando idóneo para determinar las coordenadas de su centroide. En el caso de AutoCad el comando es **massprop**. Usualmente con este mismo comando también se puede determinar su volumen, los valores de sus momentos de inercia centroidales con respecto a los tres ejes coordenados, entre otras propiedades de interés.

7.3 Estas coordenadas así como la medida del área total deben coincidir con las obtenidas con el procedimiento teórico empleado en el punto 6. En caso de que no coincidieran, seguramente se incurrió en alguna equivocación, y por consiguiente será necesario revisar tanto el procedimiento con el software gráfico como el teórico, con objeto de corregir dicha equivocación.

7.4 Compare los valores de las coordenadas del centro de gravedad y del área obtenidos de forma experimental, teórica y con software gráfico, y haga los comentarios que considere pertinentes. Para la obtención del área es probable que se requiera hacer uso de los valores de volumen y la medida del espesor de esta tabla.

8 Conclusiones, sugerencias y comentarios

9 Bibliografía

- 1 Wikipedia. Centro de gravedad. http://es.wikipedia.org/wiki/Centro_de_gravedad. Consultado en enero de 2015.
- 2 Beer F. P. Johnston Jr. E. R. & Mazurek D. F., **Mecánica Vectorial para Ingenieros, Estática**, 10ª edición, Editorial McGraw-Hill, México, 2013.
- 3 Hibbeler R. C., **Ingeniería Mecánica, Estática**, 12ª edición, Pearson Educación, México, 2010.

*Hugo Serrano Miranda
Yukihiko Minami Koyama*