La aceleración gravitatoria dentro de la Tierra.

A partir de la definición de peso relativo de un objeto se estableció la expresión para determinar la aceleración gravitatoria absoluta que experimenta un cuerpo a cierta altura h:

$$a = g_s \left[\frac{R_T}{R_T + h} \right]^2$$

donde: a es la aceleración gravitatoria absoluta en $[m/.s^{-2}]$
g_s es la aceleración gravitatoria estándar igual a 9.81 $[m/.s^{-2}]$
R_T el radio medio de la Tierra igual a 6.376×10^6 [m]
h la altura, con respecto al nivel del mar, a la que se encuentra el objeto en [m]

¿ Esta expresión es valida para los cuerpos que viajan en línea recta hacia el centro de la Tierra ?

Si consideramos a la Tierra como una esfera uniforme constituida por cascarones delgados, concéntricos y distribuidos de forma continua como las capas de una cebolla (figura 1), entonces se ha demostrado que cada cascarón, no importando su densidad, actúa como una sola masa concentrada en el centro del cascarón.

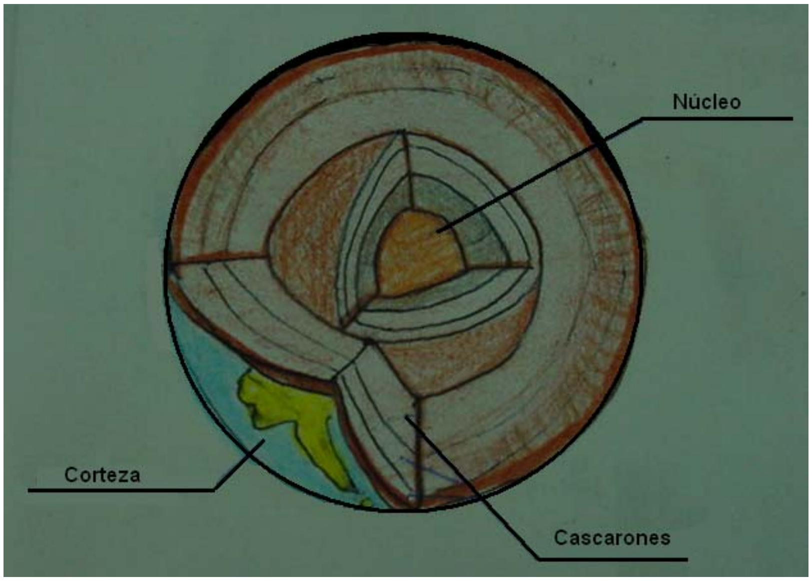


Figura 1

Si un objeto descendiera hacia el centro de la Tierra atravesando sucesivamente dichos cascarones, entonces el objeto tan sólo se encontraría bajo la influencia gravitatoria de las capas debajo de él.

Para simplificar los cálculos, consideremos que la densidad ρ_T de la Tierra es constante (en realidad cambia considerablemente de la corteza al manto y de éste al núcleo).

De acuerdo a la definición de densidad, la masa M_T de la Tierra se puede expresar así:

$$M_T = (V_T) (\rho_T) \quad \ldots\ldots (1)$$

Y como se ha considerado a la Tierra como una esfera perfecta, se puede escribir la igualdad:

$V_T = 4/3 \prod R_T^3$, sustituyendo esta expresión en (1)

$$M_T = (4/3 \prod R_T^3)(\rho_T) \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(2)$$

El cuerpo que se dirige al centro de la Tierra se encontrará expuesto a una fuerza F, que se puede identificar como el peso y F = m.a pero también como la fuerza de interacción gravitacional de los “cascarones ”debajo del cuerpo.

De donde : $$a = G\,\frac{M}{R^2} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(3)$$

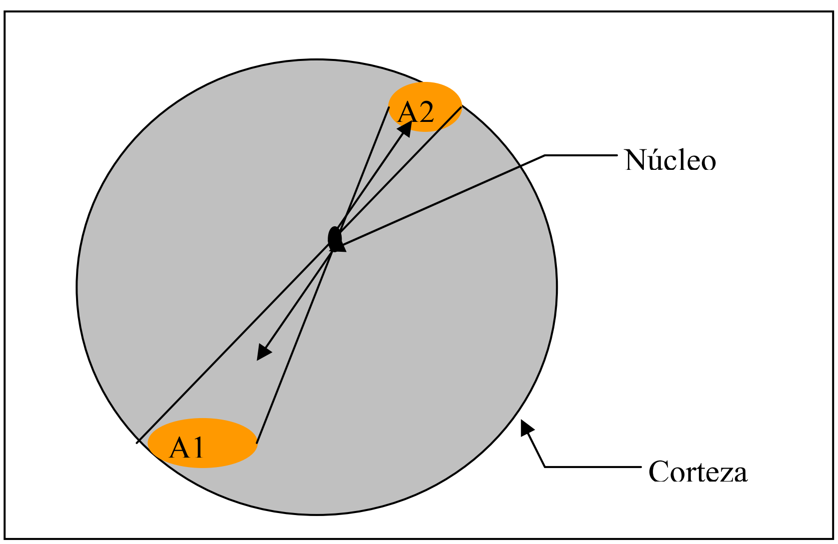
Cabe señalar que esta vez R no designa al radio medio de la Tierra ,sino la distancia del objeto al centro de la Tierra y M no se rata de la masa total del planeta, sino la masa de los cascarones debajo del cuerpo.

Sustituyendo (2) en (3) :

$$\boxed{a = 4/3\, G \prod R\, \rho_T}$$

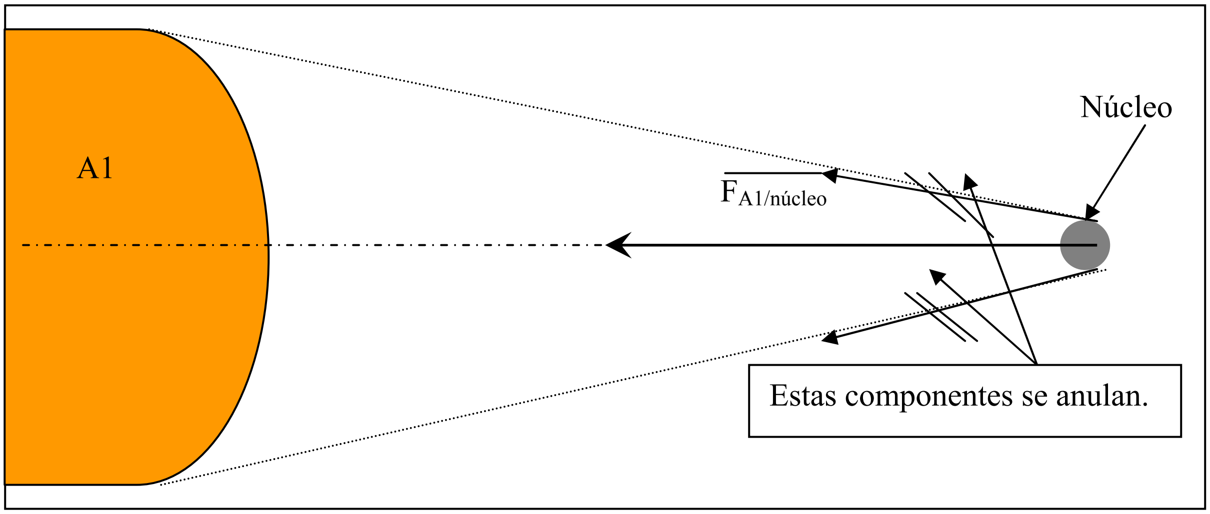
Por lo tanto la expresión propuesta para los cuerpos que se encuentran por encima de la corteza terrestre **no** es valida dentro de la Tierra. De la fórmula se desprenden muchas cosas, por ejemplo, se puede constatar que la aceleración gravitatoria decrece junto con la profundidad hasta volverse cero en el centro del planeta (pues R tiende a cero).

Newton demostró de forma geométrica que a = 0 [$m.s^{-2}$] en el centro del planeta. Supuso que el centro podía ser asimilado a una partícula puntual y que se encontraba tirado por dos fuerzas de interacción gravitacional opuestas, causadas por áreas del planeta diametralmente opuestas y formando un cono del cual el centro constituye el vértice(figura 2).

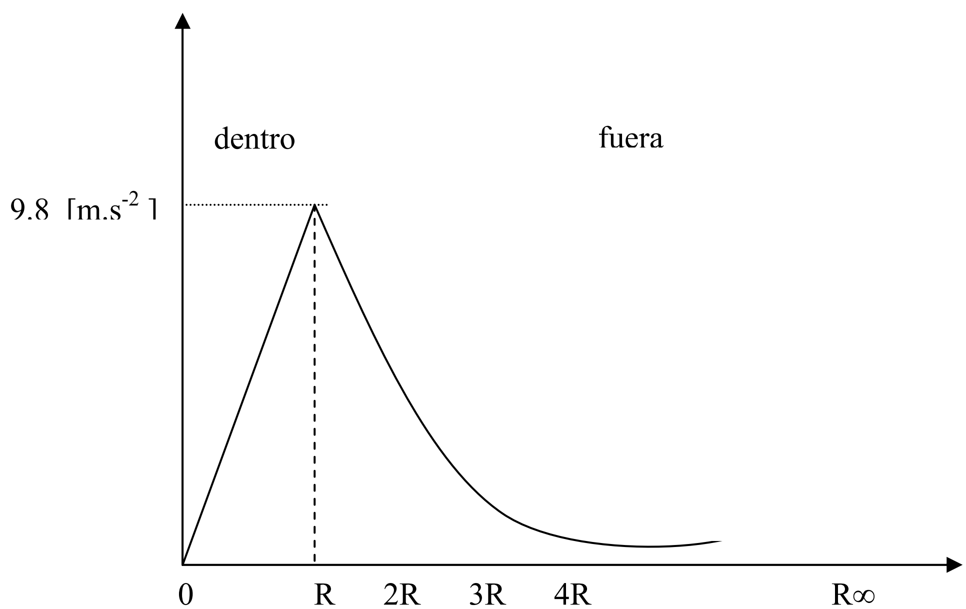


A1 y A2 son discos de igual área y misma cantidad de masa. Por tanto, F1 y F2 se anulan (misma dirección, misma norma y sentidos opuestos).

Figura 2



Gráfica que muestra la evolución del valor de "a" en función de R



BIBLIOGRAFÍA

HECHT, Eugene
"Physics, Álgebra/Trig "
Brooks/ Cole Publishing Company
USA, 1994
Consulta: capítulo 7 "Gravity according to Newton".
Páginas: 210-217