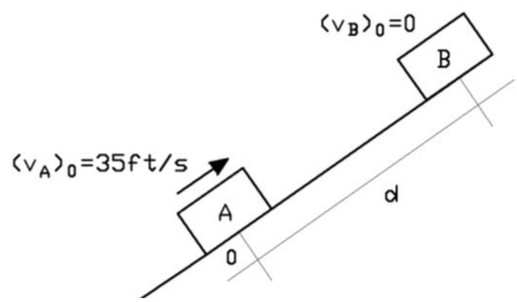
UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
FACULTAD DE INGENIERÍA
DIVISIÓN DE CIENCIAS BÁSICAS
PRIMER EXAMEN FINAL COLEGIADO
CINEMÁTICA Y DINÁMICA

SEMESTRE 2014-2 | 26 DE MAYO DE 2014

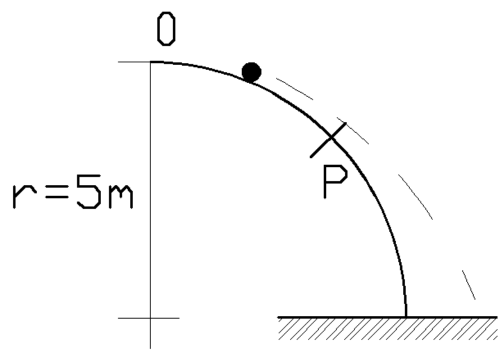
NOMBRE DEL ALUMNO: ______________________________________ GRUPO: _______

INSTRUCCIONES: *Lea cuidadosamente los enunciados de los cuatro reactivos que componen el examen antes de empezar a resolverlos. La duración máxima del examen es de dos horas.*

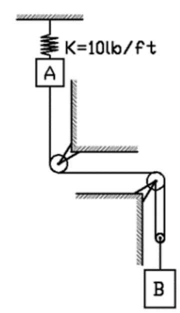
1. Dos cuerpos *A* y *B* se colocan sobre un plano inclinado, como se muestra en la figura. En t = 0, *A* se proyecta hacia arriba sobre el plano con una velocidad inicial de 35 ft/s, y *B* se suelta del reposo desde una distancia d. Los cuerpos pasan uno junto al otro cuanto t = 0.75 s, y *B* llega a O cuando t = 4.1 s. Si se sabe que el máximo desplazamiento que alcanza el cuerpo *A* es de 25 ft, determine: *a)* Las aceleraciones de *A* y *B*. *b)* La distancia d. *c)* La rapidez de *A* cuando pasa junto a B.



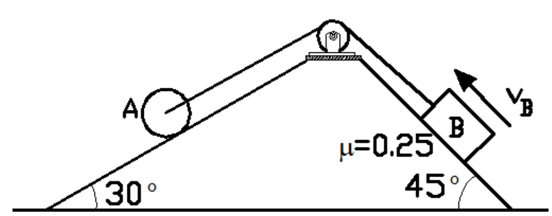
2. Se suelta una pelota desde 0 sobre una resbaladilla lisa, circular y de 5 m de radio. La pelota no recorrerá toda la resbaladilla, sino que en el punto *P* saldrá volando. Determine la distancia $\widehat{0P}$ que recorrerá sobre las resbaladilla antes de abandonarla. Desprecie las dimensiones de la pelota.



3. El sistema mostrado está originalmente en reposo y el resorte indeformado. Determine la rapidez que alcanzará el cuerpo *B* cuando el resorte se haya deformado 6 pulgadas. El cuerpo *A* pesa 10 lb y el B, 30 lb.



4. Un cilindro *A* de 128.8 lb de peso, 9 pulgadas de radio y un radio de giro de medio pie, rueda sin deslizar sobre un plano inclinado. El cilindro está unido a un cuerpo *B* de 161 lb, como se indica en la figura. Si en cierto instante el cuerpo *B* se mueve hacia arriba del plano con una velocidad de 10 ft/s, hallar su aceleración y la tensión de la cuerda. El coeficiente de fricción cinética entre *B* y el plano inclinado es 0.25.



1)

$v_A^2 = (v_A)_0^2 + 2a_A(x_A - 0)$
$x_A = (x_A)_{max}$
$v_A = 0$
$0 = (35)^2 + 2a_A(35 - 0)$
$a_A = 24.5 \text{ ft/s}^2$
Ahora bien:

$x_A = 0 + (v_A)_0 t + \frac{1}{2} a_A t^2 \quad \ldots (1)$

$x_B = 0 + 0t + \frac{1}{2} a_B t^2 \quad \ldots (2)$

Cuando t = 0.75 s los bloques pasan lado a lado:
$(x_A)_{0.75} + (x_B)_{0.75} = d \quad \ldots (3)$
Cuando t = 4.1 s x_B = d; por lo que:

$(x_A)_{0.75} + (x_B)_{0.75} = (x_B)_{4.1}$

$(35)(0.75) + \frac{1}{2}(-24.5)(0.75)^2 = \frac{1}{2}(a_B)(4.1)^2$

$\boxed{a_B = 2.3 \text{ ft/s}^2}$

b) para t = 4.1 s; x_B = d

$d = \frac{1}{2}(2.3)(4.1)^2$

$\boxed{d = 19.33\ ft}$

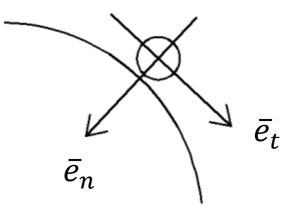
c) t=0.75 s
$v_A = (v_A)_0 + a_A t = 35 + (-24.5)(0.75)$

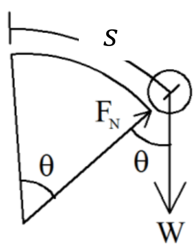
$\boxed{v_A = 16.62 \text{ ft/s}}$

---

2)

Estudiaremos a la pelota cuando ya no sigue rodando en la resbaladilla.





$\sum F_t = m\bar{a}_t$

$\sum F_t = \omega sen\ \theta = mgsen\ \theta$

$\bar{a}_t = v_t \frac{dv}{ds}$

$mgsen\ \theta = mv \frac{dv}{ds}$

$ds = rd\theta$

$\int vdv = gr \int sen\ \theta\ \ d\theta$

$\frac{v^2}{2} + C = -gr\cos\theta$

$\theta = 0°; v = 0 \ \rightarrow C = -gr\cos 0 = -gr$

La ecuación es:

$\frac{v^2}{2} - gr = -gr\cos\theta$

$\frac{v^2}{2} = gr - gr\cos\theta = gr(1 - \cos\theta)$

$v^2 = 2gr(1 - \cos\theta)$

$v = \sqrt{2gr(1 - \cos\theta)}$

Ahora analizaremos las fuerzas normales.

$\sum F_n = m\bar{a}_n$

$\sum F_n = \omega\cos\theta - N$

$\bar{a}_n = \frac{v^2}{r}$

$\therefore mg\cos\theta - N = m\frac{v^2}{r}$

Cuando la pelota se separa de la resbaladilla, no existe otra fuerza que el peso, y la normal entonces sería N = 0 [N].

$\therefore mg\cos\theta = \ m\frac{v^2}{r}$

$\cos\theta = \frac{v^2}{r} = \frac{2gr(1 - \cos\theta)}{gr}$

$= 2(1 - \cos\theta) = 2 - 2\cos\theta$

$3\cos\theta = 2$

$\cos\theta = \frac{2}{3}$

$\theta = cos^{-1}\left(\frac{2}{3}\right) = 48.19°$

Cualquier pelota (sin importar su peso) se despegará cuando haya recorrido 48.19°, entonces:

$s = r\theta$

$\theta = 48.19° = 0.841 \text{ rad}$

$s = (5 \text{ m})(0.841 \text{ rad})$

Por lo que la pelota antes de despegarse de la resbaladilla recorrerá:

$\boxed{s = 4.21 \text{ m}}$

---

3)

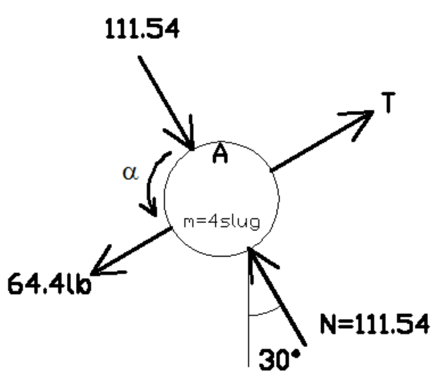
$\sum U_{1-2} = \Delta T + \Delta V_g + \Delta V_e$

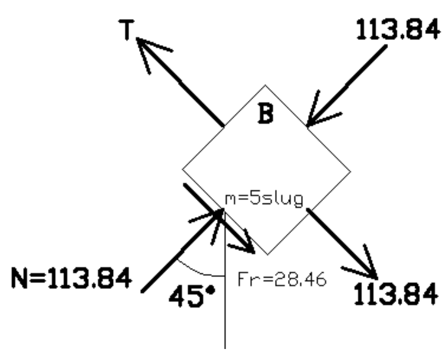
$0 = \frac{1}{2}\frac{\omega_A}{g}(2v_B)^2 + \frac{1}{2}\frac{\omega_B}{2}(v_B)^2 - \omega_A h - \omega_B h + \frac{1}{2}kh^2$

$\boxed{v_B = 6.43 \text{ ft/s}}$

---

4)





Bloque B:

$+\nwarrow \sum F_x = m_B a_B$

$a_B = r\alpha$

$T - 113.84 - 28.46 = 5(0.75\alpha)$

$T - 142.3 = 3.75\alpha$___(1)

Carrete:

$I_I = 4[(0.5)^2 + (0.75)^2] = 3.25 \text{ lb}$

$\circlearrowleft \sum M_I = I_I\alpha$

$(64.4 - T)0.75 = 3.25\alpha$

De (1) + (2):

$\alpha = -\frac{77.9}{8.08} = -9.64\ rad/s^2$

De (1):

$\boxed{T = 106.2 \text{ lb}}$

$\boxed{a_B = 7.23\ ft/s^2 \ 45°}$