



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
FACULTAD DE INGENIERÍA
DIVISIÓN DE CIENCIAS BÁSICAS
SEGUNDO EXAMEN FINAL COLEGIADO
CINEMÁTICA Y DINÁMICA



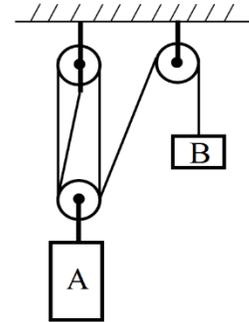
SEMESTRE 2016-1

10 DE DICIEMBRE DEL 2015

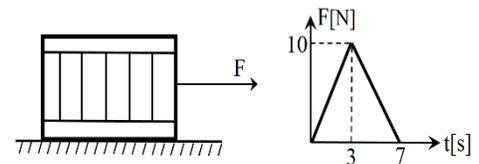
NOMBRE DEL ALUMNO: _____ GRUPO: _____

INSTRUCCIONES: Lea cuidadosamente los enunciados de los cuatro reactivos que componen el examen antes de empezar a resolverlos. La duración máxima del examen es de dos horas.

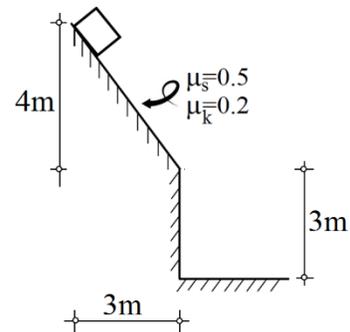
1. La masa de A es tres veces mayor que la de B , que es de 110 kg. Sabiendo que los cuerpos se mueven libremente y que las poleas y la cuerda son ideales, determine las aceleraciones de A y de B y la tensión de la cuerda.



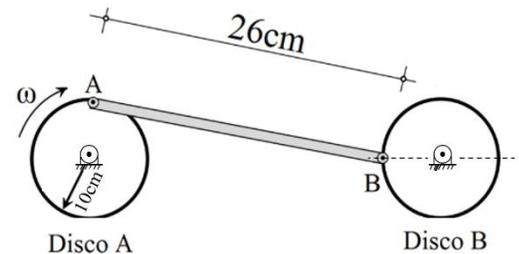
2. Una fuerza, cuya magnitud varía según la gráfica que se muestra, actúa sobre una caja de 20 kg, la cual inicialmente se encuentra en reposo. Determine la rapidez de la caja cuando $t = 10$ segundos. La superficie horizontal es lisa.



3. Un cuerpo de 20 kg de peso parte del reposo desde lo alto de un plano inclinado. Determine la rapidez que tendrá un instante antes de impactar el piso.

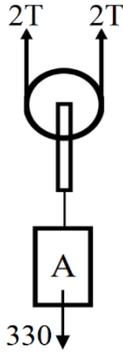


4. Los discos mostrados en la figura tienen un radio de 10 cm. Están unidos por medio de la barra AB de 26 cm de longitud. En la posición mostrada, el disco A tiene una velocidad angular de 8 rad/s en sentido horario. Determine: a) La velocidad del punto B . b) La velocidad angular del disco B .

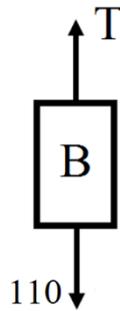


1)

Cuerpo A y polea



Cuerpo B



Para saber si A sube y B baja verifiquemos las siguientes condiciones:

$$4T > W_A \quad \text{y} \quad W_B > T$$

Es decir

$$\frac{W_A}{4} < T < W_B$$

$$\frac{W_A}{4} < W_B$$

Como $W_A = 3W_B$

$$\frac{3W_B}{4} < W_B \quad \text{Sí cumple A sube y B baja}$$

Entonces, al aplicar

$$\sum F = ma \quad \text{a cada cuerpo}$$

Para A

$$4T - W_A = m_A a_A \quad \text{--- (1)}$$

Para B

$$W_B - T = m_B a_B \quad \text{--- (2)}$$

La ecuación (1) puede escribirse como

$$4T - 3W_B = m_B a_B$$

Para obtener la relación cinemática entre a_A y a_B , deberá observarse que la longitud de la cuerda que une B con C es

$$y_B + 4y_C = l$$

$$\text{Pero } y_C = y_A$$

Por lo que queda

$$y_B + 4y_C = l$$

de donde se obtiene que

$$|a_B| = |4a_A| \quad \text{--- (3)}$$

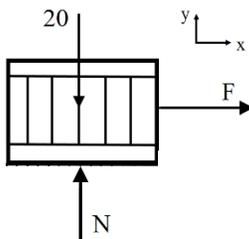
Sustituyendo (3) en (2) y resolviendo el sistema se obtiene

$$a_B = 2.07 \text{ m/s}^2$$

$$a_A = 0.516 \text{ m/s}^2$$

$$T = 252 \text{ N}$$

2)



$$\text{De } 0 \text{ a } 3 \text{ s} \quad F = \frac{10}{3}t$$

$$\text{De } 3 \text{ a } 7 \text{ s} \quad F = \frac{5}{2}t + \frac{35}{2}$$

$$\sum \text{Impulsos} = m\Delta v$$

$$\int_0^t \frac{10}{3}t dt = m(v_2 - v_1)$$

$$\frac{5}{3}t^2 = mv_2$$

$$\text{Para } t = 3 \quad v_2 = 0.75$$

De (3) A (7)

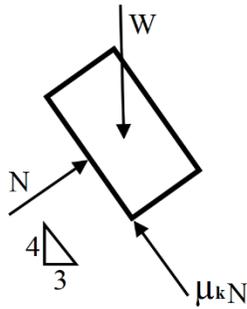
$$\int_3^t -\frac{5}{2}t + \frac{35}{2} dt = m(v_3 - v_2)$$

$$-\frac{5}{4}t^2 + \frac{35}{2}t - \frac{165}{4} = m(v_3 - 0.75)$$

Para $t=7$

$$v = 1.75 \text{ m/s}$$

3)



Por Trabajo y Energía

$$h_1 = 7m \quad Wh_1 = 20(7) = 140$$

$$v_1 = 0 \quad \frac{mv_1^2}{2} = \frac{20 \cdot 0}{9.81 \cdot 2} = 0$$

$$T_1 + v_1 + u_{12} = T_2 + v_2$$

$$u_{12} = -\mu_k \left(\frac{3}{5} w \right) \Delta x$$

$$u_{12} = -0.2(20) \left(\frac{3}{5} \right) (5) = -12$$

$$v_2 = Wh = 20(3) = 60$$

$$T_2 = \frac{W v_2^2}{g \cdot 2}$$

$$0 + 140 - 12 = 60 + \frac{20}{9.81} \frac{v_2^2}{2}$$

$$v_2 = \sqrt{\frac{68}{20}} (2) 9.81 = 8.1675$$

$$T_1 + v_1 + u_{13} = T_3 + v_3$$

$$u_{13} = -\mu_k \left(\frac{3}{5} w \right) \Delta x = -12 u_{12}$$

$$T_3 = \frac{W v_3^2}{g \cdot 2}$$

$$v_3 = 0$$

$$0 + 140 - 12 = 0 + \frac{20}{9.81} \frac{v_3^2}{2}$$

$$v_3 = 11.21 \text{ m/s}$$

4)

Disco A:

$$\overline{v}_A = 80\mathbf{i}$$

Barra AB:

$$\overline{v}_B = \overline{v}_A + \overline{\omega}_{AB} \times \overline{r}_{B/A}$$

$$v_B \mathbf{j} = 80\mathbf{i} + \omega_{AB} \mathbf{k} \times (24\mathbf{i} - 10\mathbf{j})$$

$$v_B \mathbf{j} = (80 + 10\omega_{AB})\mathbf{i} + 24\omega_{AB} \mathbf{j}$$

$$v_B = -192$$

$$\omega_{AB} = -8$$

$$v_B = 192 \text{ cm/s} \downarrow$$

Disco B:

$$10\omega_B = 192 \quad \omega_B = 19.2$$

$$\omega_B = 19.2 \text{ rad/s} \curvearrowright$$