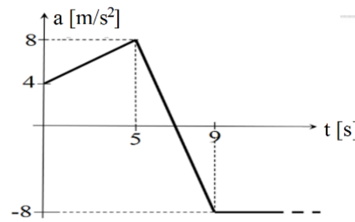
UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
FACULTAD DE INGENIERÍA
DIVISIÓN DE CIENCIAS BÁSICAS
PRIMER EXAMEN FINAL COLEGIADO
CINEMÁTICA Y DINÁMICA

SEMESTRE 2016-1 3 DE DICIEMBRE DEL 2015

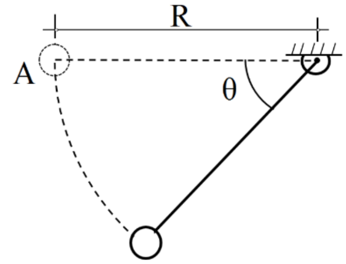
NOMBRE DEL ALUMNO:____GRUPO: ______________

INSTRUCCIONES: *Lea cuidadosamente los enunciados de los cuatro reactivos que componen el examen antes de empezar a resolverlos. La duración máxima del examen es de dos horas.*

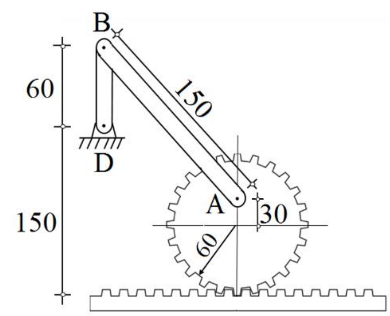
1. Una partícula se mueve en línea recta con una rapidez de 5 m/s, cuando empieza a variar su movimiento con el tiempo, como se indica en la gráfica. Determine: *a)* La rapidez máxima que alcanza la partícula. *b)* El instante en que la aceleración debe cesar instantáneamente para que la partícula se detenga.



2. Una pequeña esfera *A* de masa *m* parte del reposo en θ = 0, y se rompe la cuerda, de masa despreciable y longitud *R*, en θ = 60°. Determine: *a)* El módulo de aceleración a_1 de la esfera un instante antes de romperse la cuerda. *b)* Indique el módulo de aceleración a_2 de la esfera un instante después de romperse la cuerda. *c)* ¿Cuánto vale la relación a_1/a_2 ?

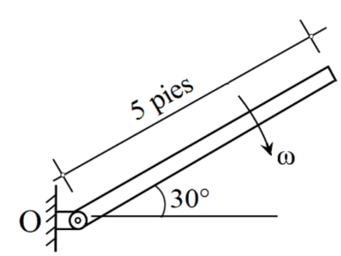


3. Cuando el mecanismo está en la posición que se muestra en la figura, la velocidad angular del engrane es 2 rad/s en sentido horario. Determine las velocidades angulares de las barras *AB* y *BD* en esta misma posición.



Acotaciones en mm

4. Una barra esbelta uniforme de 5 pies de longitud y 20 lb de peso, articulada en O, en la posición mostrada tiene una velocidad angular ω= 5 rad/s en sentido horario. Determine para el instante que se muestra en la figura: *a)* La magnitud de la aceleración del centro de masa de la barra. *b)* La magnitud de la reacción O.



1)

a) Cuando a=0, la velocidad es máxima o mínima y esto sucede en t=7 s luego:

$$v_{máx}(t=7) = 5 + \left(\frac{8+4}{2}\right)5 + \frac{(7-5)8}{2} = 43$$

$$\boxed{v_{máx} = 43 \text{ m/s}}$$

b) Después de t=9 s, la velocidad es:

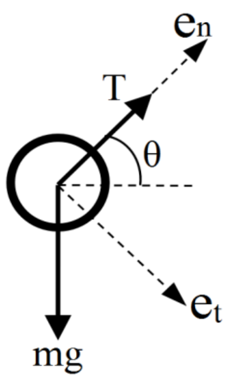
$$v(t) = 5 + 30 + 8 - 8 + (t-9)(-8) = 0$$

$$t = 9 + \frac{35}{8} = 13.375$$

$$\boxed{t = 13.38 \text{ s}}$$

---

2)



$$\sum F_T = mgcos\theta = ma_T$$

$$\sum F_N = T - mgsen\theta = ma_N$$

$$\sum F_T = mgcos\theta = m\frac{dv}{dt} = m\frac{vdv}{ds} \dots\dots (1)$$

$$\sum F_N = T - mgsen\theta = m\frac{v^2}{R} \dots\dots\dots\dots\ (2)$$

De 1 se obtiene:

$$v^2 = 2gRsen\theta$$

Sustituyendo en 2:

$$T = 3mgsen\theta$$

a) Si θ=60˚

T=$\frac{3\sqrt{3}}{2}w$ y $u^2 = \sqrt{3}gR$

Entonces:

$$a_{N_1} = \frac{v^2}{R} = \frac{\sqrt{3}gR}{R}$$

$$a_{N_1} = \sqrt{3}g$$

$$a_{T_1} = gcos60$$

$$a_{T_1} = \frac{g}{2}$$

Por lo que

$$a_1 = \sqrt{\left(\frac{g}{2}\right)^2 + \left(\sqrt{3}g\right)^2}$$

$$\boxed{a_1 = \frac{\sqrt{13}}{2}g}$$

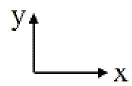
b) Un instante después de romperse la cuerda la aceleración de la esfera es $\boxed{a_2 = g}$ porque la única fuerza actuando sobre ella es su propio peso.

c)

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{\frac{\sqrt{13}}{2}g}{g}$$

$$\boxed{\frac{a_1}{a_2} = \frac{\sqrt{13}}{2}}$$

3)

Poniendo un sistema cartesiano 

$\bar{v}_C = 2(60) = 120i$

$\bar{a}_c = 4(60) = -240i$

$\bar{v}_A = \bar{v}_C + \bar{\omega} x \bar{\rho}$

$\bar{v}_A = 120i + (-2k \; x \; 30j)$

$\bar{v}_A = 180i$

$\bar{v}_B = \bar{v}_A + \bar{\omega}_{AB} \; x \; \bar{\rho}_{AB}$

$\bar{v}_B = \bar{v}_D + \bar{\omega}_{DB} \; x \; \bar{\rho}_{DB}$

$\bar{a}_A = \bar{a}_C + \bar{\propto} \; x \; \bar{\rho} + \bar{\omega} \; x \; (\bar{\omega} \; x \; \bar{\rho})$

$\bar{a}_A = -240i + (4k \; x \; 30j) + (-2 \; k \; x \; 60i)$

$\bar{a}_A = -360i - 120j$

$\bar{a}_B = \bar{a}_A + 2_{AB} \; x \; \bar{\rho}_{AB} + \bar{\omega}_{AB} \; x \; (\bar{\omega}_{AB} \; x \; \bar{\rho}_{AB})$

$\bar{a}_B = \bar{a}_D + 2_{DB} \; x \; \bar{\rho}_{DB} + \bar{\omega}_{DB} \; x \; (\bar{\omega}_{DB} \; x \; \bar{\rho}_{DB})$

Se obtiene de estas ecuaciones

$180 - 120\omega_{AB} = -60 \; \omega_{DB}$

$-90 \; \omega_{AB} = 0 \; \rightarrow$

$\omega_{AB} = 0$

$\omega_{DB} = -3 \; {}^{rad}/_{s}$

$-360 - 120 \propto_{AB} = -60 \propto_{DB}$

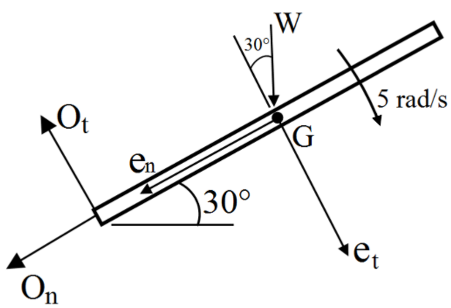
$-120 - 90 \propto_{AB} = -540 \; \rightarrow$

$\boxed{\propto_{AB} = 4.67 \; {}^{\text{rad}}/_{\text{s}^2}}$

$\boxed{\propto_{DB} = 15.33 \; {}^{\text{rad}}/_{\text{s}^2}}$

---

4)



$W_t = 20cos30° = 17.32$

$W_n = 20sen30° = 10$

$\sum M_o = I_o \propto = I_o({}^{a_t}/_{r})$ ______(1)

$W_t\left(\frac{l}{2}\right) = \frac{1}{3}\frac{W}{g} l^2 \left(\frac{a_t}{{}^{l}/_{2}}\right)$

$a_{t_G} = \frac{3}{4}\frac{W_t g}{W} = \frac{3(17.32)(32.3)}{4(20)}$

$a_{t_G} = 20.91$

$\sum F_t = ma_t$ _______________(2)

$W_t - O_t = \frac{W}{g} a_{t_G}$

$O_t = 17.32 - \frac{20}{32.2}(20.91) = 4.33$

$\sum F_n = ma_{n_G} = \frac{w}{g}\omega^2 r_G$ _____________(3)

$O_n + W_n = \frac{w}{g}\omega^2 r_G$

$O_n = \frac{20}{32.2}(5)^2(2.5) - 10 = 28.8$

$a_{n_G} = \omega^2 r_G = (5)^2(2.5) = 62.5$

$a) \; R = \sqrt{4.33^2 + 28.82^2}$

$\boxed{R = 29.1 \text{ lb} \quad 21.5°}$

$b) \; a_G = \sqrt{20.91^2 + 62.5^2}$

$\boxed{a_G = 65.9 \text{ ft/s}^2 \quad 48.5°}$