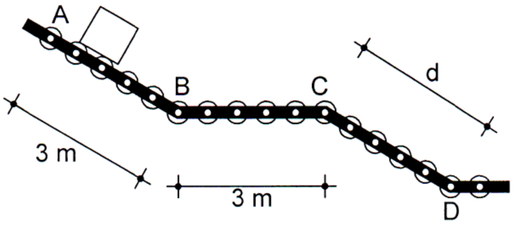
UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
FACULTAD DE INGENIERÍA
DIVISIÓN DE CIENCIAS BÁSICAS
PRIMER EXAMEN FINAL COLEGIADO
CINEMÁTICA Y DINÁMICA

SEMESTRE 2011-2 **1° DE JUNIO DE 2011**

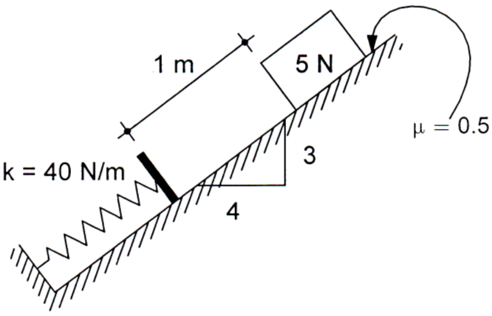
NOMBRE DEL ALUMNO: ______________________________ **GRUPO:** _________

INSTRUCCIONES: *Lea cuidadosamente los enunciados de los reactivos que componen el examen antes de empezar a resolverlos. La duración máxima del examen es de dos horas y media.*

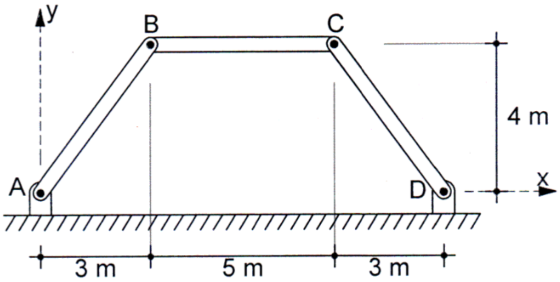
1. Un paquete pequeño se suelta desde el reposo en A y se mueve a lo largo del transportador ABCD formado por ruedas deslizantes. El paquete tiene una aceleración uniforme de 4.8 m/s^2 mientras desciende sobre las secciones AB y CD, y su velocidad es constante entre B y C. Si la velocidad del paquete en D es 7.2 m/s, determine *a)* la distancia *d* entre C y D; y b) el tiempo requerido para que el paquete llegue a D.



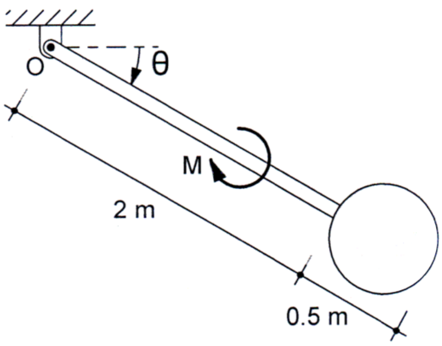
2. El cuerpo de la figura pesa 5 N y es soltado desde la posición indicada. Si no se pierde energía al hacer contacto con el resorte, obtenga: *a)* la deformación máxima del resorte, y *b)* la distancia que subirá el bloque después de ser impulsado por el resorte.



3. La barra AB del mecanismo de cuatro articulaciones mostrado en la figura, tiene una velocidad angular constante de 5 rad/s en sentido horario. Determine las aceleraciones angulares de las barras BC y CD.



4. Un péndulo compuesto está formado por una barra de 5 kg en el extremo de la cual está sujeta una esfera de 20 kg. Si se libera el péndulo del reposo cuando $\theta = 0°$ y gira en sentido de las manecillas del reloj en el plano vertical por la acción de su peso y de un par de magnitud constante M = 60 N·m, determine, para $\theta = 90°$: *a)* su velocidad angular, *b)* su aceleración angular y *c)* la magnitud de la reacción de apoyo.



1)

$$a_{A-B} = a_{C-D} = 4.8 \text{ m/s}^2 = \text{cte}$$
$$a_{B-C} = 0 \text{ m/s}^2 \therefore v_{B-C} = \text{cte}$$
$$v_D = 7.24.8 \text{ m/s}^2$$

$\underline{A-B:}$

$$a_{A-B} = 4.8 = a_B = \frac{dv_B}{dt};\ dv_B = 4.8\int dt$$
$$v_B = 4.8t + C_1;\ t = 0 \text{ s} \Rightarrow v_A = 0 \text{ m/s} \therefore C_1 = 0$$
$$v_B = 4.8t = \frac{ds_B}{dt} \Rightarrow s_B = 2.4t^2 + C_2$$
$$t = 0 \text{ s} \Rightarrow s_B = 0 \text{ m} \therefore C_2 = 0$$
$$s_B = 2.4t^2 = 3 \Rightarrow t = 1.118 \text{ s};\ v_B = 5.37 \text{ m/s}$$

$\underline{B-C:}$

$$v_C = v_B = \frac{ds_C}{dt} = 5.37 \text{ m/s}$$
$$s_C = 5.37t + C_3;\ t = 0 \text{ s} \Rightarrow S_B = 0 \text{ m} \therefore C_3 = 0$$
$$s_C = 5.37t = 3 \Rightarrow t = 0.559 \text{ s}$$

$\underline{C-D:}$

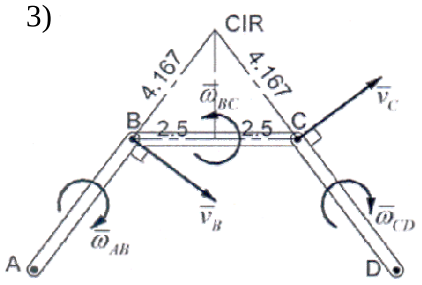
$$a_{C-D} = 4.8 \text{ m/s}^2 = a_D = \text{cte}$$
$$v_D = 4.8t + C_4;\ t = 0 \text{ s} \Rightarrow v_c = 5.37 \text{ m/s} \therefore C_4 = 5.37$$
$$v_D = 4.8t + 5.37 = 7.2 \text{ m/s} \Rightarrow t = 0.382 \text{ s}$$
$$s_D = 2.4t^2 + 5.37t + C_5;\ t = 0 \text{ s} \Rightarrow s_C = 0 \text{ m} \therefore C_5 = 0$$
$$s_D = 2.4t^2 + 5.37t$$
$$t = 0.382\ s \Rightarrow s_D = 2.4 \text{ m}$$
$$\boxed{a)\ s_D = d = 2.4 \text{ m}}$$
$$\boxed{b)\ t_T = 1.118 + 0.559 + 0.819 = 2.059 \text{ s}}$$

---

2)

$$W \text{ sen}\,\theta\left(x+\delta\right) - \mu_k W \cos\left(x+\delta\right) - \frac{k}{2}\delta^2 = 0$$
$$\boxed{a)\ \delta = 0.25\ m}$$
$$\frac{k^2}{2}\delta^2 - \frac{3}{5}Wd - \frac{4}{5}\mu_k Wd = 0$$
$$\boxed{b)\ d = 0.25 \text{ m}}$$

3)



Obtención de $\bar{\omega}_{BC}$ y $\bar{\omega}_{CD}$ con el CIR:

$$\bar{\omega}_{AB}=-\hat{k}\ \mathrm{rad/s}=\mathrm{cte}\Rightarrow\bar{\alpha}_{AB}=0$$

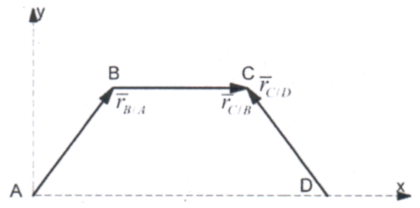
$$v_B=5(5)=25\ \mathrm{m/s}$$

$$v_C=\omega_{CD}(5)$$

$$\omega_{BC}=\frac{25}{4.17}=6\ \mathrm{rad/s};\ \ \bar{\omega}_{BC}=6\hat{k}\ \mathrm{rad/s}$$

$$v_C=\omega_{BC}(4.17)=6(4.17)=25\ \mathrm{m/s}$$

$$\omega_{CD}=\frac{v_C}{5}=\frac{25}{5}=5;\ \ \omega_{CD}=-5\hat{k}\ \mathrm{rad/s}$$



Obtención de $\bar{\alpha}_{BC}$ y $\bar{\alpha}_{CD}$:

$$\bar{\alpha}_{CD}=-\omega_{AB}^2\bar{r}_{B/A}+\bar{\alpha}_{BC}\times\bar{r}_{C/B}-\omega_{BC}^2\bar{r}_{C/B}\ \ \ldots(1)$$

$$\bar{\alpha}_{CD}=\bar{\alpha}_{CD}\times\bar{r}_{C/D}-\omega_{CD}^2\bar{r}_{D/C}\ \ \ldots(2)$$

Igualando (1) y (2):

$$-(-5)^2\left(3\hat{i}+4\hat{j}\right)+\left(\alpha_{BC}\hat{k}\right)\times\left(5\hat{i}\right)-(6)^2\left(5\hat{i}\right)=$$

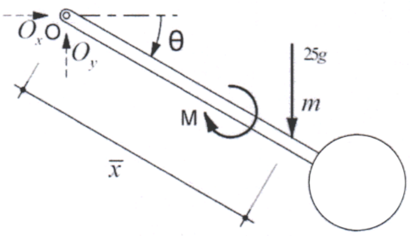
$$=\left(\alpha_{CD}\hat{k}\right)\times\left(-3\hat{i}+4\hat{j}\right)-(-5)^2\left(-3\hat{i}+4\hat{j}\right)$$

$$-75\hat{i}-100\hat{j}+5\alpha_{BC}\hat{j}-180\hat{i}=-4\alpha_{CD}\hat{i}-3\alpha_{CD}\hat{j}+75\hat{i}-100\hat{j}$$

$$\boxed{\bar{\alpha}_{CD}=82.5\hat{k}\ \mathrm{rad/s^2}}$$

$$\boxed{\bar{\alpha}_{BC}=-49.5\hat{k}\ \mathrm{rad/s^2}}$$

4)



$$\bar{x}=\frac{5(1)+20(2.25)}{25}=2\ \mathrm{m}$$

$$I_O=I_{b_O}+I_{e_O}$$

$$I_O=\frac{1}{3}(5)(2)^2+\frac{2}{5}(20)(0.25)^2+20(2.25)^2$$

$$I_O=108.4\ \mathrm{kg\cdot m^3}$$

$$M_O=I_O\alpha$$

$$M+25g\bar{x}\cos\theta=I_O\alpha$$

$$60+25(9.81)(2)\cos\theta=108.4\alpha$$

$$60+491\cos\theta=108.4\alpha$$

$$\alpha=0.553+4.52\cos\theta\ \ \ldots(1)$$

si $\theta = 90°$:

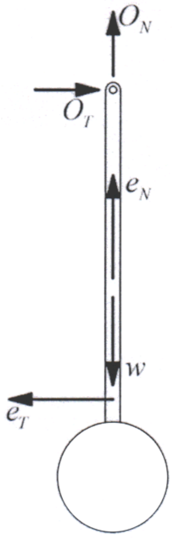
$\boxed{a)\ \alpha = 0.553\ \text{rad/s}^2 \circlearrowleft}$

de (1):

$$\alpha = \omega \frac{d\omega}{dt}$$

$$\int_0^{\omega} \omega d\omega = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(0.553 + 4.52\cos\theta\right) d\theta$$

$$\omega^2 = \left(1.107\theta + 9.048\,\text{sen}\,\theta\right)\Big|_0^{\frac{\pi}{2}}$$



$\boxed{b)\ \omega = 3.28\ \text{rad/s} \circlearrowleft}$

$$F_T = ma_T = mr\alpha$$

$$-O_T = 25(2)(0.553) = -27.7\ \text{N}$$

$$F_N = ma_N = m\omega^2 r$$

$$O_N - w = 25(3.28)^2(2)$$

$$O_N = 25(9.81)$$

$$O_N = 409\ \text{N}$$

$$R = \sqrt{O_T^2 + O_N^2}$$

$\boxed{c)\ R = 410\ \text{N}}$