



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
 FACULTAD DE INGENIERÍA
 DIVISIÓN DE CIENCIAS BÁSICAS
 PRIMER EXAMEN FINAL COLEGIADO
 CINEMÁTICA Y DINÁMICA



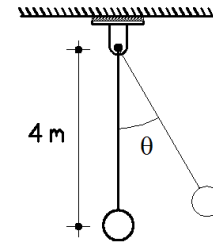
SEMESTRE 2015-2

27 DE MAYO DE 2015

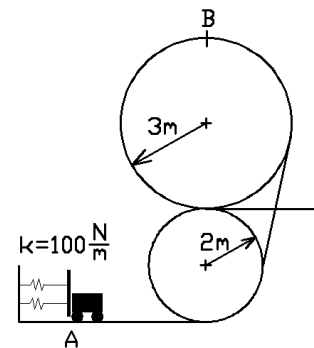
NOMBRE DEL ALUMNO: _____ GRUPO: _____

INSTRUCCIONES: Lea cuidadosamente los enunciados de los cuatro reactivos que componen el examen antes de empezar a resolverlos. La duración máxima del examen es de dos horas.

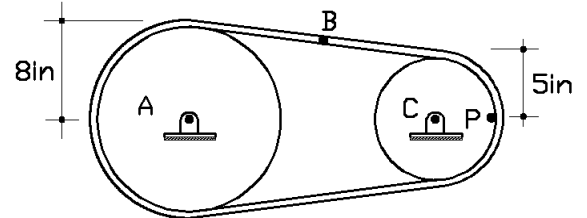
1. Una esfera de 30 kg de masa lleva una velocidad de 4 m/s hacia la derecha, en el instante en que está en el punto más bajo de oscilación, $\theta = 0^\circ$. Determine, para el instante en que $\theta = 20^\circ$: a) la tensión de la cuerda; b) la magnitud de aceleración de la esfera. Desprecie la fricción y el tamaño de la esfera.



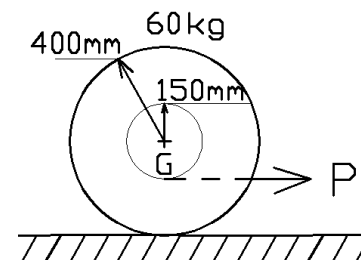
2. Un carro de 2 kg de masa se encuentra en reposo en A. En dicha posición, comprime dos resortes idénticos una longitud de 2 m. El carro recorre primero un bucle de 2 m de radio y luego por otro de 3. Si se desprecia la fricción, determine la componente normal de la aceleración del carro en la cima B del bucle de radio de 3 m.

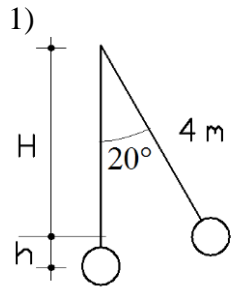


3. La banda que se muestra en la figura se mueve sin deslizamiento sobre dos poleas. La polea A parte del reposo con aceleración angular en el sentido de las manecillas del reloj, definida mediante la relación $\alpha = 120 - 0.002\omega^2$. Donde α se expresa en rad/s^2 y ω en rad/s . Determine, luego de media revolución de la polea A: a) la magnitud de la aceleración del punto B sobre la banda; b) la magnitud de la aceleración del punto P sobre la polea C.



4. El momento de inercia de la masa del carrete de 60 kg es de $1.35 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$. Los coeficientes de fricción estática y cinética entre el carrete y el suelo son 0.3 y 0.27, respectivamente. Se tira de un cable enrollado alrededor del carrete con una fuerza horizontal constante $P = 450 \text{ N}$. Encuentre la aceleración del centro de masa G del carrete.

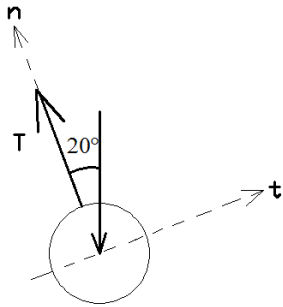




$$h = 4 - H = 4 - 4 \cos 20^\circ = 4 - 3.76 = 0.241$$

$$v^2 = v_0^2 + 2gh$$

$$v^2 = 4^2 - 2(9.81) \cdot 0.241 = 11.27$$



$$a_n = \frac{v^2}{\rho} = \frac{11.27}{4} = 2.82$$

$$\sum F_n = ma_n$$

$$T - 30(9.81) = 30(2.95)$$

$$T = 361 \text{ N}$$

$$\sum F_t = ma_t$$

$$30(9.81) \sin 20^\circ = 30a_t$$

$$a_t = -3.36$$

$$a = \sqrt{2.82^2 + 3.36^2}$$

$$a = 4.38 \text{ m/s}^2$$

2)

$$E_{C1} + E_{P1} = E_{C2} + E_{P2}$$

$$0 + \frac{1}{2}ks^2 = \frac{1}{2}(2)v_2^2 + 2(9.81)(10)$$

$$400 = v_2^2 + 196.2$$

$$v_2 = \sqrt{400 - 196.2}$$

$$v_2 = 14.28$$

$$a_n = \frac{v_2^2}{\rho}$$

$$a_n = 67.9 \text{ m/s}^2$$

3)

$$\alpha = \omega \frac{d\omega}{d\theta}$$

$$120 - 0.002\omega^2 = \frac{\omega d\omega}{d\theta}$$

$$\frac{1}{-0.004} \int \frac{(-0.004)\omega d\omega}{120 - 0.002\omega^2} = \int d\theta$$

$$\frac{1}{-0.004} \ln(120 - 0.002\omega^2) = \theta + C$$

$$\text{si } \theta = 0, \omega = 0$$

$$C = \frac{1}{-0.004} \ln 120$$

$$\frac{1}{-0.004} \ln(120 - 0.002\omega^2)$$

$$= \theta + \frac{1}{-0.004} \ln 120$$

$$\ln\left(\frac{120 - 0.002\omega^2}{120}\right) = -0.004\theta$$

$$e^{\ln\left(\frac{120 - 0.002\omega^2}{120}\right)} = e^{-0.004\theta}$$

$$\frac{120 - 0.002\omega^2}{120} = e^{-0.004\theta}$$

$$120 - 0.002\omega^2 = 120e^{-0.004\theta}$$

Si tenemos media vuelta $\theta = \pi$

$$\omega_A = \sqrt{\frac{120e^{-0.004\pi} - 120}{-0.002}}$$

$$\omega_A = 27.37 \text{ s}^{-1}$$

$$\alpha_A = 120 - 0.002(27.37)^2$$

$$\alpha_A = 118.5 \text{ s}^{-2}$$

$$a_B = \alpha_A r_A = 118.5(8)$$

$$a_B = 948 \text{ in/s}^2$$

$$\omega_A r_A = \omega_C r_C$$

$$\omega_C = \frac{\omega_A r_A}{r_C} = \frac{27.37(8)}{5}$$

$$\omega_C = 43.79 \text{ s}^{-1}$$

$$\alpha_A r_A = \alpha_C r_C$$

$$\alpha_C = \frac{\alpha_A r_A}{r_C} = \frac{118.5(8)}{5}$$

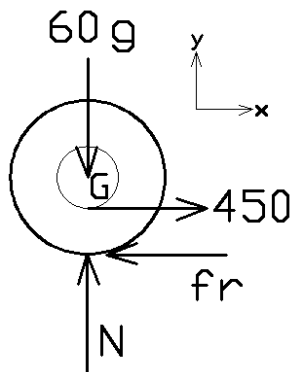
$$\alpha_C = 189.6 \text{ s}^{-2}$$

$$\bar{a}_P = (-189.6k) \times (5i) - (43.79)^2(5i)$$

$$\bar{a}_P = -948j - 9587 \text{ [in/s}^2\text{]}$$

$$a_P = 9630 \text{ in/s}^2$$

4)



$$\sum F_x = ma_x$$

$$450 - fr = 60a \dots (1)$$

$$\sum F_y = 0$$

$$N - 60(9.81) = 0; N = 588.6$$

$$\sum M_G F = -\alpha \bar{I}$$

$$-0.4fr + 0.15(450) = -\alpha \bar{I} \dots (2)$$

$$a = \alpha R$$

$$fr < \mu_s N$$

$$\therefore \alpha = a/R$$

$$N = 60g$$

$$F' = 60(9.81)(0.3) = 176.58 \text{ N}$$

Sustituyendo datos en (1) y (2)

$$450 - fr = 60a$$

$$67.5 - 0.4fr = -3.375a$$

$$fr = 203.4246 \text{ N}$$

$$a = 4.1095 \text{ m/s}^2$$

Por lo que

$$203.4246 > 176.58$$

\therefore No es rodamiento

En (1)

$$a = \frac{450 - 158.922}{60}$$

$$a = 4.85 \text{ m/s}^2$$